3. Photonenoptik – Feynmans Erklärung zum Doppelspaltexperiment

Einleitung

Ziele dieses Kapitels

1. Sie erkennen den Erklärungsbedarf des Doppelspaltexperimentes aus der Sicht des Photonenmodells.

2. Sie nehmen einige elementare Axiome der Quantentheorie zur Kenntnis.

3. Sie verstehen das Prinzip der numerischen Berechnungen zur Beugung am Strichgitter.

63 ℹ Wir hatten das Doppelspaltexperiment bisher als Beweis dafür betrachtet, dass das Licht **Wellencharakter** hat. Nun gibt es aber auch die experimentellen Ergebnisse, welche die **Teilchenhypothese** des Lichtes untermauern. Wie können diese gegensätzlichen Befunde widerspruchsfrei unter einen theoretischen Hut gebracht werden? Dem Buch von **Richard P. Feynman: *QED, die seltsame Theorie des Lichts und der Materie*, Serie Piper, Taschenbuch**, können wir die Grundideen der neuen Quantenphysik entnehmen, die aus diesem und ähnlichen anderen Erklärungsnotständen heraus entwickelt wurde. Die von Feynman beschriebene und entscheidend mitgestaltete **Q**uanten**e**lektro**d**ynamik ist die Quantentheorie des Lichtes und der Materie, welche die präzisesten Berechnungen ermöglicht, die in der Physik je gemacht wurden. Eindrücklich und zuerst überraschend sind Feynmans Worte zur Einführung in seine Theorie (siehe Kasten).

… Schliesslich gibt es die Möglichkeit, dass Sie das, was ich Ihnen sage, ganz einfach nicht glauben können. Sie können es nicht akzeptieren. Es passt Ihnen nicht in den Kram. Sie lassen den Vorhang herunter und hören einfach nicht mehr zu. Ich beschreibe Ihnen die Natur, wie sie ist – und wenn Ihnen diese Beschreibung nicht passt, geben Sie sich auch keine Mühe, sie zu verstehen. Wir Physiker haben uns mit diesem Problem herumgeschlagen und einsehen müssen, dass es *nicht* darauf ankommt, ob uns eine Theorie passt oder nicht. Sondern darauf, ob die Theorie Vorhersagen erlaubt, die mit dem Experiment übereinstimmen. Es geht nicht darum, ob eine Theorie philosophisch bestrickend oder leicht zu verstehen ist oder dem gesunden Menschenverstand von A bis Z einleuchtet. Die Natur, wie sie die Quantenelektrodynamik beschreibt, erscheint dem gesunden Menschenverstand absurd. Dennoch decken sich Theorie und Experiment. Und so hoffe ich, dass Sie die Natur akzeptieren können, wie sie ist – absurd. …

… Ich betone noch einmal, dass Licht … als Teilchen auftritt. Es verhält sich genauso, wie sich Teilchen verhalten. Das müssen sich vornehmlich diejenigen unter Ihnen einprägen, die in der Schule vermutlich etwas vom Wellencharakter des Lichtes erzählt bekamen. *In Wirklichkeit* aber ist das Verhalten des Lichtes das von Teilchen. …

aus: Richard P. Feynman: *QED, die seltsame Theorie des Lichts und der Materie*, Serie Piper, Taschenbuch

64 ℹ Feynman zeigt in seinem Buch auf, wie die Phänomene des Lichtes aus den Grundregeln der Quantenphysik abgeleitet werden können. Er leitet unter anderem das Reflexions– und das Brechungsgesetz her, und er beschreibt auch die Reflexion an dünnen Schichten. Wenn Sie Feynmans Argumentationen zur Erklärung dieser bekannten Phänomene kennen lernen wollen, lesen Sie am besten das Buch, es ist die Nachschrift eines in einfacher Sprache gehalten Vortrages!

In Anlehnung an Feynmans Ausführungen stelle ich nun die grundlegendsten Elemente der Quantentheorie dar, die nötig sind, um eine korrekte Voraussage für das Beugungsmuster des Doppelspaltes zu machen.

Eine kleine Portion Quantentheorie

65 ℹ Die Quantentheorie baut darauf auf, dass es prinzipiell nie möglich ist, vorauszusagen, wie sich ein einzelnes Teilchen, resp. Photon verhält. Es sind „lediglich“ Aussagen über die **Wahrscheinlichkeit** von Ereignissen möglich, dies aber mit grösster Präzision!

a) Mit W_{AB} bezeichnen wir deswegen die **Wahrscheinlichkeit** mit der ein physikalisches System vom Zustand A in den Zustand B übergeht. In der Photonenoptik können wir etwa fragen: Mit welcher Wahrscheinlichkeit gelangt ein Photon von einer Lichtquelle am Ort A in einen Detektor am Ort B?

Die **Rechenregeln** zur Berechnung dieser Wahrscheinlichkeit für Photonen werden von Feynman angegeben:

b) Dem **Anfangszustand** A ordnen wir einen zweidimensionalen **Einheitsvektor** zu.

Beim Übergang zum **Endzustand** B dreht sich dieser Vektor entsprechend der Zeit, die dazu verstreicht. Dies entspricht der Zeit, die das Photon für den Weg von A nach bei B benötigt. Der Vektor dreht sich mit der **Frequenz**, die zur entsprechenden Lichtfarbe gehört. (Bsp: Einem Photon des roten Laserlichtes ordnen wir die Frequenz $f = 4.7 \cdot 10^{14}$ Hz zu.)

c) Findet auf dem Weg eine **Wechselwirkung mit Materie** statt, so ändert das den Betrag des Vektors. In diesem Kapitel werden wir solche Prozesse jedoch nicht berücksichtigen.

d) Jedem Weg, der vom Zustand (resp. Ort) A zum Zustand (resp. Ort) B führen kann, wird so ein „Endvektor“ zugeordnet. Diesen bezeichnet man als **Wahrscheinlichkeitsamplitude** und schreibt ihn oft in der Form $\langle \mathbf{B|A} \rangle$.

e) Für die Berechnung von W_{AB} gilt nun die folgende **Rechenregel**: Man nehme alle möglichen Wege von A nach B, addiere die zugehörigen Wahrscheinlichkeitsamplituden $\langle B|A \rangle$ zu einem neuen Vektor und bilde das Quadrat seiner Länge. Zur **Normierung** dividieren wir das Ergebnis durch das Quadrat der Anzahl der berücksichtigten Möglichkeiten (damit ist $W_{AB} < 1$). Bewegen sich viele Photonen von A nach B, so gibt W_{AB} die relative **Lichtintensität** im Punkt B an.

…

Oberster Grundsatz: Die Wahrscheinlichkeit des Eintritts eines Ereignisses ist gleich dem Quadrat der Länge eines Pfeils mit der hochtrabenden Bezeichnung **Wahrscheinlichkeitsamplitude**. Zum Beispiel stellt ein Pfeil der Länge 0.4 eine Wahrscheinlichkeit von 0.16 oder 16% dar.

Allgemeine Regel für den Fall, dass ein Ereignis auf verschiedene Weise eintreten kann: Für jede Möglichkeit wird ein Pfeil gezeichnet, und diese Pfeile werden dann miteinander kombiniert ("addiert"), indem die Spitze des einen an das Ende des folgenden angehängt wird. Zum Schluss wird das Ende des ersten Pfeiles mit der Spitze des letzten verbunden. Damit erhalten wir den sogenannten resultierenden Pfeil, dessen Quadrat die Wahrscheinlichkeit des gesamten Ereignisses angibt.

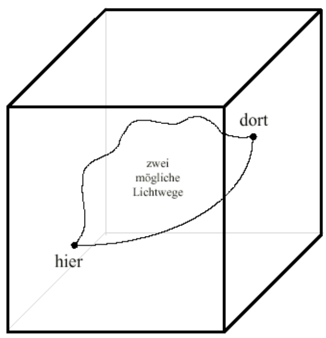
…

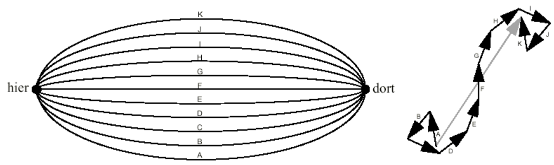
aus: Richard P. Feynman: *QED, die seltsame Theorie des Lichts und der Materie*

$$W_{AB} = \frac{1}{(\text{Anzahl Wege})^2} \cdot \left| \sum_{\text{alle Wege}} \langle B|A \rangle \right|^2$$

Beispiele

66 Den beschriebenen Ansatz können wir mit dem simpelsten Beispiel verdeutlichen: In einem Kasten befinde sich nur ein einziges Photon. Der Anfangszustand des Systems wird dadurch festgelegt, dass wir sagen können, das Photon ist "hier" (Zustand A). Wir fragen uns dann, nach quantenmechanischer Manier, wie gross die Wahrscheinlichkeit ist, dass das Photon nicht mehr hier sondern "dort" (Zustand B) anzutreffen ist. Dazu zeichnen wir, da wir einer gewissen Anschauung bedürfen, verschiedene Wege ein, die das Photon nehmen könnte. Wie sehen nun die Drehungen der Wahrscheinlichkeitsamplituden im Einzelnen aus? Für Wege in der Nähe des direkten Weges unterscheiden sie sich kaum, da die Weglängen alle ähnlich sind. Hier entsteht ein langer Summenvektor und damit der Löwenanteil der Intensität. Ganz anders für die Wege weitab vom direkten Weg: Dort unterscheiden sich die Weglängen von benachbarten Wegen so stark, dass sich die entsprechenden Vektoren sehr unterschiedlich gedreht haben. Diese Vektoren, so viele es auch seien, tragen kaum zur Intensität bei. Man erkennt: Nur die Wege in der Nähe des direkten Weges tragen zum





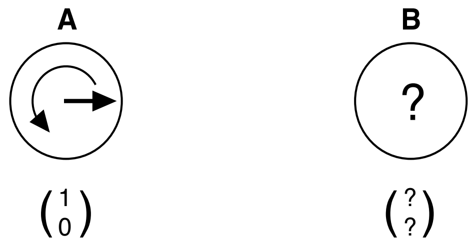
(die Zeiger drehen hier im Uhrzeigersinn)

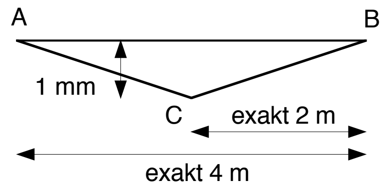
Photonenübergang bei, denn die Beiträge aller andern Wege heben sich weg. Wir haben gezeigt, dass sich Licht geradlinig ausbreitet!

67 **?** Ein Zahlenbeispiel: Ein Photon von rotem Laserlicht ($f = 4.724 \cdot 10^{14}$ Hz) bewege sich von A nach B. Die beiden Punkte liegen exakt 4 m auseinander. Es soll keine Wechselwirkung mit Materie möglich sein. Das bedeutet, dass die Wahrscheinlichkeitsamplitude im Punkt B denselben Betrag hat wie im Punkt A. Der kürzeste Weg entlang der Verbindungsgeraden ist einer der möglichen Wege.

a) Für diesen Weg sollen Sie die Wahrscheinlichkeitsamplitude $\langle \mathbf{B|A} \rangle_{\mathbf{weg1}}$ berechnen. Dem Anfangszustand ordnen wir den Vektor $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ zu.

Damit Sie sich für die Lösung dieser Aufgabe eine bildliche Vorstellung machen können, formuliere ich das Problem noch auf andere Weise: Denken Sie sich im Punkt A eine Pseudouhr. Diese Uhr bewegt sich mit Lichtgeschwindigkeit zum Punkt B, der Zeiger dreht sich dabei mit der oben angegebenen Frequenz. Ohne Wechselwirkung des Photons mit Materie bleibt die Länge des Zeigers unverändert. Wie steht der Zeiger im Punkt B? (Üblicherweise lässt man diese Pseudouhr sich im Gegenuhrzeigersinn drehen, so wie im Einheitskreis auch die Winkel gemessen werden.) Sie können die Lage des Zeigers durch einen Winkel oder einen zweidimensionalen Vektor darstellen.





b) Wie ist die Wahrscheinlichkeitsamplitude $\langle \mathbf{B|A} \rangle_{\mathbf{weg2}}$ für die Möglichkeit, dass sich ein Photon vom Punkt A auf geradem Weg zum Punkt C (er liegt einen Millimeter neben der Mitte der Strecke AB) und von dort wiederum auf geradem Weg zum Punkt B bewegt? (Genau rechnen!)

c) Nehmen wir nun an, diese Wege seien die beiden einzigen möglichen Wege. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit $\boldsymbol{W_{AB}}$ dafür, dass ein Photon von A nach B gelangt?

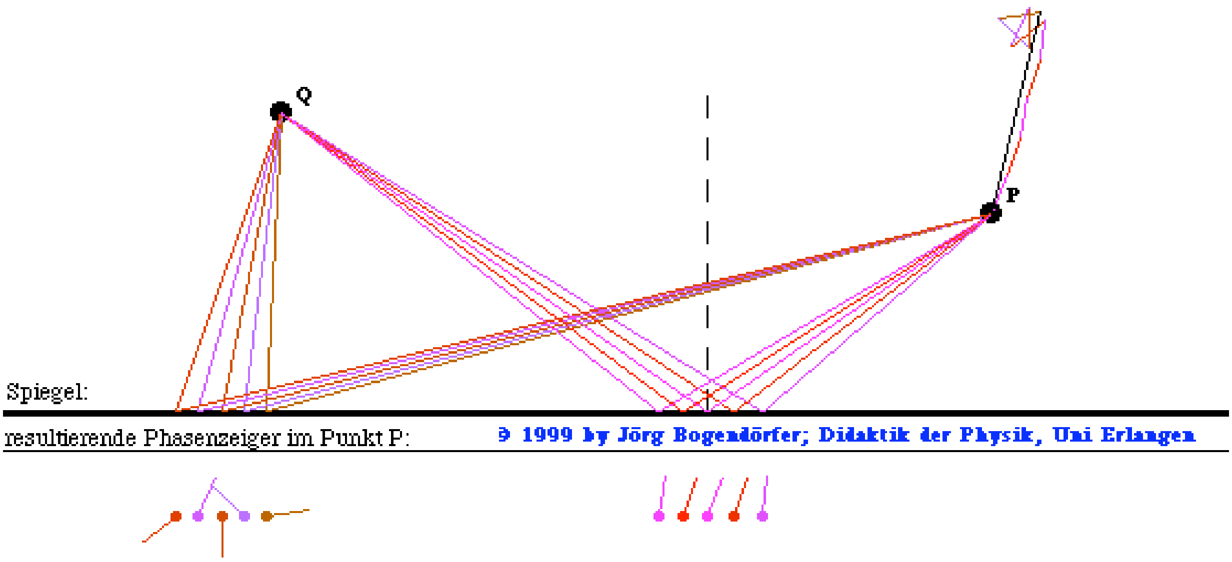
68 ✍ Am obigen Beispiel konnten Sie die mathematisierte Version des Feynman'schen Zeigerformalismus entwickeln. Wir halten im Kasten die gewonnenen Erkenntnisse fest:

Berechnung der Wahrscheinlichkeits-amplitude $\langle \mathbf{B|A} \rangle$

69 Diese Rechnungen werden mit Vorteil automatisiert, wenn viele Wege für die Berechnung von W_{AB} berücksichtigt werden sollen. Dies soll später mit einem Tabellenkalkulationsprogramm für den Doppelspalt geschehen.

Ein Beispiel für ein Computerprogramm, welches erlaubt, den Zeigerformalismus zu veranschaulichen, fand ich unter der Internet-Adresse www.physik.uni-erlangen.de/Didaktik/download/applets/welle6.htm.

Am Screen-Shot kann man erkennen, dass mit dem Zeigerformalismus das **Reflexionsgesetz** für Photonen begründet wird. Die Argumentation machen wir im Unterricht am laufenden Programm.

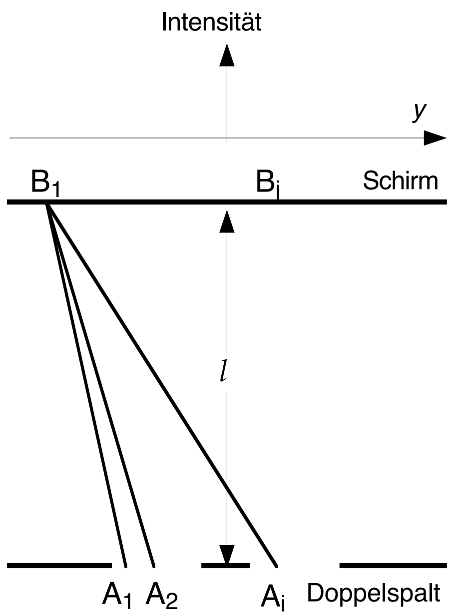


Doppelspalt mit Excel

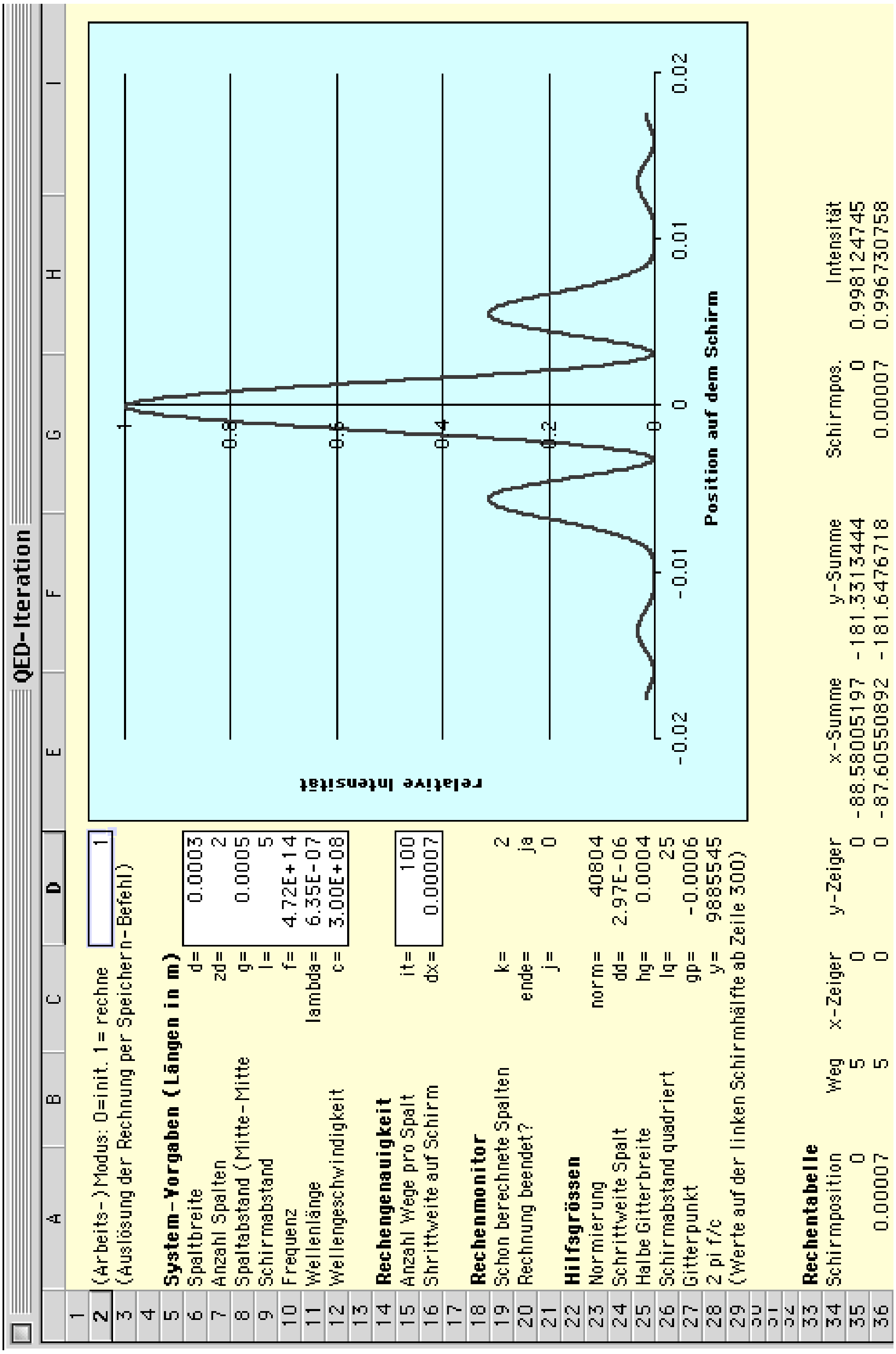
70 Nun sind Sie also gerüstet zur Berechnung des **Beugungsmusters beim Doppelspalt**: Das Ziel ist es, für eine gewisse Auswahl von Punkten auf dem Schirm, die Wahrscheinlichkeit für das Auftreffen eines Photons zu berechnen.

Für jeden Punkt addieren wir die Wahrscheinlichkeitsamplituden der möglichen (geradlinigen) Photonenwege. Wir rechnen natürlich mit einer endlichen Zahl von Wegen, müssen aber darauf achten, dass die Wege genügend nahe beieinander liegen, so dass sich die Zeigerpositionen zweier benachbarter Wege nur wenig unterscheiden.

Die Rechnung soll schliesslich mit dem Computer gemacht werden. Wir überlegen uns an dieser Stelle das Gerüst eines Berechnungsalgorithmus und benützen dazu das rechts abgebildete Schema.

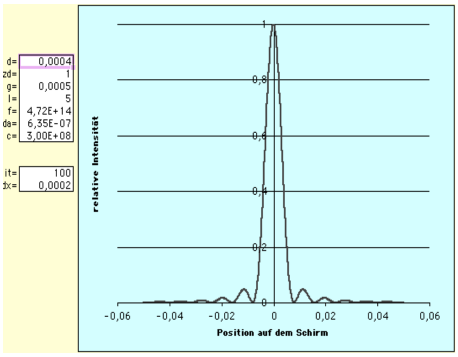


71 Der bei der vorherigen Aufgabe entwickelte Algorithmus kann zum Beispiel mit dem **Tabellenkalkulationsprogramm** EXCEL umgesetzt werden, wenn man nicht mit einer „echten“ Programmiersprache (Basic, JAVA, ...) das Problem von Grund auf programmieren will. Ein Beispiel für eine solche Realisierung wird Ihnen vorgeführt (siehe Screen-Shot).



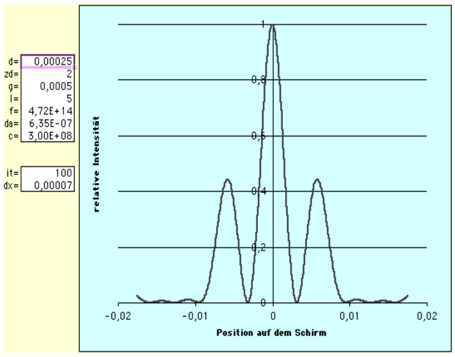
72 **?** Die abgebildete Serie von Intensitätsverteilungen wurde mit dem oben beschriebenen Programm berechnet. Charakterisieren Sie für jedes Diagramm das **beugende Objekt** und malen Sie das **Beugungsmuster** auf, so wie Sie es auf einem Schirm sehen würden.

Welches Beugungsmuster möchten Sie mit der Experimentierapparatur **überprüfen**?



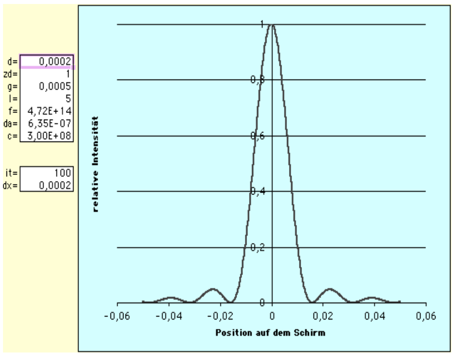
Beugungsmuster

beugendes Objekt



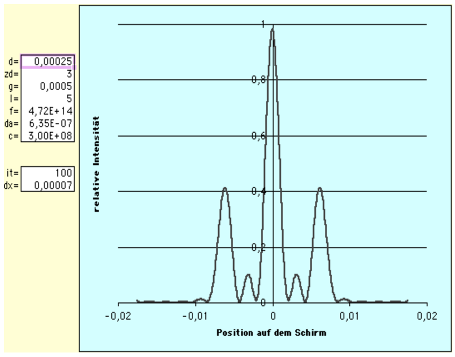
Beugungsmuster

beugendes Objekt



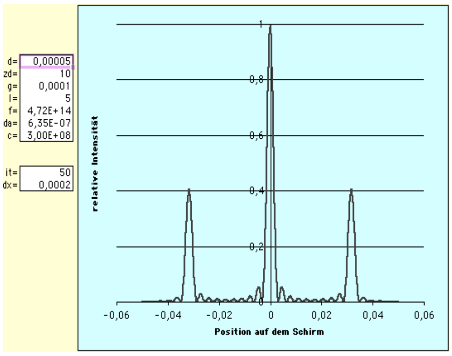
Beugungsmuster

beugendes Objekt



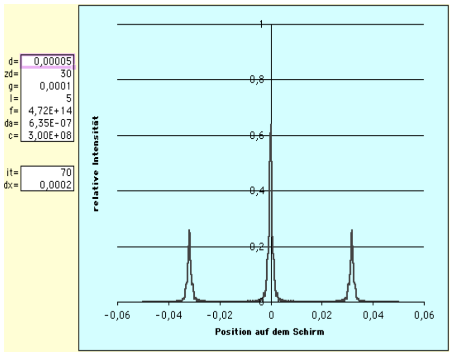
Beugungsmuster

beugendes Objekt



Beugungsmuster

beugendes Objekt



Beugungsmuster

beugendes Objekt

Ergänzungen

73 ✍ Unter dieser Nummer halten Sie eventuelle Ergänzungen zu diesem Kapitel fest.

❑ Es gibt keine Ergänzungen!
❑ Es gibt Ergänzungen: