6. Trompetenspiel und Quantisierung

Eigenschwingungen

98 Infolge **Reflexion** an den Enden können sich in einem **begrenzten Wellenmedium** stehende Wellen ausbilden, welche folgenden **Randbedingungen** genügen müssen (Kasten):

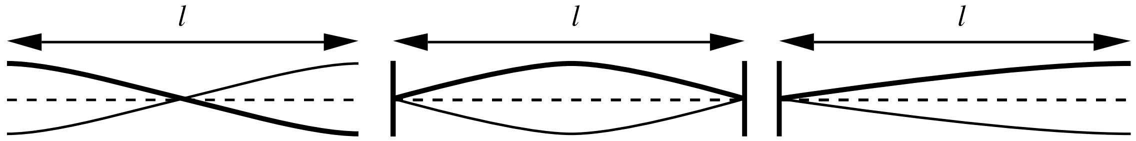
> **Eine stehende Welle besitzt am festen Ende stets einen Knoten.**
> **Eine stehende Welle besitzt am freien Ende stets einen Bauch.**

99 Diese stehenden Wellen eines begrenzten Mediums nennt man auch **Eigenschwingungen**. Sie haben ganz bestimmte Frequenzen, die **Eigenfrequenzen** f_n, welche von c und l (Länge des Wellenmediums) abhängen.

Die kleinstmögliche Frequenz heisst **Grundfrequenz** f_1. sie hat bei einem eindimensionalen Wellenmedium – je nach Beschaffenheit der Mediumsgrenzen – die in der unteren Graphik aufgeführten Werte, welche sich aus den Randbedingungen und aus der Wellengleichung ergeben.

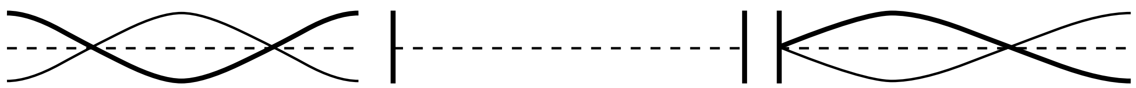
100 ? Ergänzen Sie die folgende Darstellung der möglichen **Eigenschwingungen** verschiedener eindimensionaler Wellenmedien und bestimmen Sie die zweite und dritte Eigenfrequenz. Welche Formeln leiten Sie daraus ab zur Berechnung der n–ten Eigenfrequenz f_n ?

2 freie Enden	2 feste Enden	1 festes und 1 freies Ende

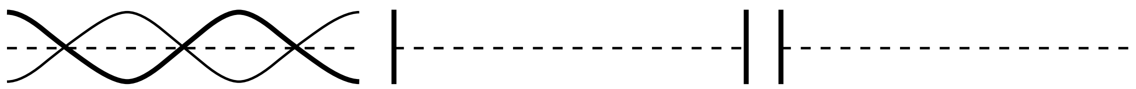


$f_1 = \frac{c}{\lambda} = \frac{c}{2l}$	$f_1 = \frac{c}{\lambda} = \frac{c}{2l}$	$f_1 = \frac{c}{\lambda} = \frac{c}{4l}$

Die höheren Eigenschwingungen, resp. Eigenfrequenzen sind:



$f_2 = \frac{c}{\lambda} =$	$f_2 = \frac{c}{\lambda} =$	$f_2 = \frac{c}{\lambda} =$



$f_3 = \frac{c}{\lambda} =$	$f_3 = \frac{c}{\lambda} =$	$f_3 = \frac{c}{\lambda} =$

usw.

Bei 2 festen oder 2 freien Enden beträgt die n-te Eigenfrequenz: $f_n =$

Bei einem freien und einem festen Ende beträgt sie: $f_n =$

101 ℹ Ähnliche Überlegungen wie bei **100** müssen auch in der modernen **Atomphysik** gemacht werden, wenn es darum geht, die Energien der Elektronen der **Elektronenhülle** der Atome zu bestimmen. Man findet, dass die Elektronen nur ganz bestimmte Zustände (Elektronenorbitale, Elektronenschalen) annehmen können, entsprechend den Eigenschwingungen bei der Trompete. Sowohl die Eigenschwingungen der Trompete als auch die Elektronenzustände im Atom können abgezählt werden; sie sind quantisiert. Den Vorgang von **100** nennt man Quantisierung und die moderne Atomphysik ist Teil der Quantenphysik.

102 ✍ Verschiedene Beispiele von stehenden Wellen werden Ihnen im Unterricht gezeigt, protokollieren Sie:

a) Schwingungen einer langen **Schraubenfeder**
b) Schwingungen eines **Gummiseiles**
c) Luftschwingungen im **Kundt'schen Rohr**

Akustik: Intervall, Klang, Frequenzspektrum

103 ✍ Die wichtigsten Anwendungen zu den Eigenschwingungen finden wir bei den akustischen **Musikinstrumenten**. Töne werden dadurch erzeugt, dass Eigenschwingungen eines begrenzten Wellenmediums angeregt wird.

Zu den drei möglichen Arten begrenzter Wellenmedien wird je ein Beispiel eines Musikinstrumentes vorgeführt. Machen Sie Sich Notizen zu den Ausführungen.

a) 2 freie Enden: offene **Flöte**, **Trompete**
b) 1 festes, 1 freies Ende: **gedeckte Flöte**
c) 2 feste Enden: **Saite** (Monochord)

104 ? a) Der **Stimmgabelton** a' hat die Frequenz 440 Hz. Wie gross ist die Wellenlänge der zugehörigen Schallwelle in Luft?

b) Vergleichen Sie die Wellenlänge mit der Länge des für diese Stimmgabel geeigneten **Resonanzkastens**.

105 ℹ Bei der **Saite** lassen sich die Tonhöhen zuerst mit den Saitenlängen und dann mit den Frequenzen in Beziehung setzen. Man findet, dass bei wohlklingenden Intervallen die Längen der Saiten einfache, ganzzahlige Verhältnisse bilden, dasselbe gilt dann auch für die Frequenzen.

Intervall *i* = Frequenzverhältnis

$$i = \frac{f_1}{f_2}$$

wohlklingende Intervalle sind einfache ganzzahlige Frequenzverhältnisse

Intervalltabelle: Tabellen Seite 10

106 ? Bläst man eine Pfeife bei 20°C zunächst mit Luft, hernach mit Leuchtgas an, so steigt die Tonhöhe ungefähr um eine Quinte. Was ergibt sich daraus für die **Schallgeschwindigkeit** im Leuchtgas?

107 ℹ Bisher haben Sie in diesem Kapitel gelernt, wie Töne einer bestimmten Tonhöhe erzeugt werden können. Wir kommen zur nächsten Frage: Warum haben die Instrumente ihre charakteristische **Klangfarbe**? Worin unterscheidet sich der Ton a' von 440 Hz einer Trompete vom gleichen Ton einer Geige?

Wird ein Medium in Schwingung versetzt, so können sich grundsätzlich sämtliche Eigenschwingungen gleichzeitig ausbilden und einander überlagern. Der mit der Schwingung wahrgenommene Klang besteht somit aus **vielen Einzeltönen** (entsprechend den vorkommenden Eigenfrequenzen). Bei der schwingenden Seite kann man dies dadurch zeigen, dass durch Berührung an geeigneter Stelle gewisse Eigenschwingungen gedämpft werden, so dass nur bestimmte höhere Eigenschwingungen erklingen. Die Gesamtheit dieser Einzeltöne bestimmt die **Klangfarbe** und der Grundton bestimmt in der Regel die wahrgenommene **Tonhöhe**.

Die Grundlage der mathematischen Beschreibung eines Klanges bildet der Satz von Fourier.

Satz von Fourier
Jede Welle (Schwingung) lässt sich in eindeutiger Weise in harmonische Wellen (Schwingungen) zerlegen.

108 ℹ In der Akustik bezeichnet man diese harmonischen Schwingungen der Zerlegung als **Partialtöne** oder **Obertöne**, man verwendet verschiedene Bezeichnungen:

1. Eigenschwingung (Grundschw.) / 1. Eigenfrequenz / 1. Partialton (Grundton) / 1. Harmonische

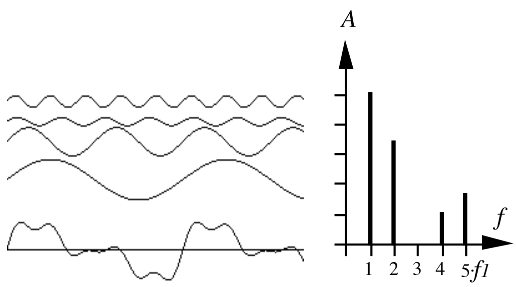
2. Eigenschwingung / 2. Eigenfrequenz / 2. Partialton (1. Oberton) / 2. Harmonische ... usw.

109 ? Eine **Saite** von 1 m Länge erzeugt den Ton a' mit der Frequenz 440 Hz.

a) Wie schnell breiten sich Transversalwellen auf der Saite aus?
b) Welche Frequenzen haben der 2. und 3. Partialton und wie heissen diese Töne?
c) Um wie viel muss die Saite verkürzt werden, um den Ton d'' zu erzeugen?

110 ℹ Welche Partialtöne nun mit welchem Anteil (mit welcher Amplitude) zu einem Klang beitragen, stellt man graphisch in einem **Frequenzspektrum** dar.

Studieren Sie das hier abgebildete Beispiel; es enthält 3 gleichwertige Darstellungen des gleichen Klanges.

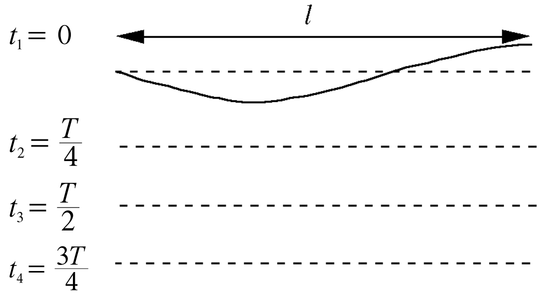


111 ? Welche Frequenzen des **Frequenzspektrums** einer gedeckten Pfeife von 4.30 cm Länge liegen im Hörbereich des menschlichen Ohres?

Übungen

112 R Wenn Sie eine mit wenig Wasser gefüllte **Flasche** wie eine Querflöte anblasen, so erhalten Sie einen (ziemlich tiefen) Ton. Wird mehr Wasser in die Flasche gefüllt, ist der Ton a) höher b) niedriger.

113 R Nebenstehende Darstellung zeigt die Momentaufnahme einer **stehenden Transversalwelle** eines Wellenmediums der Länge l zur Zeit $t_1 = 0$.



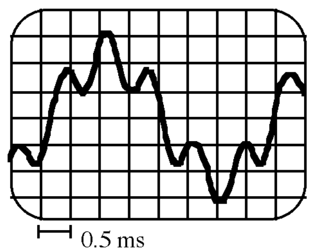
a) Welche Aussagen können Sie über die Welle und das Wellenmedium machen?

b) Skizzieren Sie untereinander die Momentaufnahmen der stehenden Welle zu den angegebenen Zeiten.

114 R Auf einem **Motorschiff** beobachtet: Ein Fahnenmast ist mit einem 7 m langen Seil abgesichert. Wenn der Schiffsmotor läuft (mit 1000 Umdrehungen pro Minute geschätzt), bildet sich auf dem Seil eine stehende Welle mit drei Bäuchen. Bestimmen Sie **Wellenausbreitungsgeschwindigkeit** entlang des Seiles.

115 R Ein locker gespanntes **Gummiseil** bildet bekanntlich stehende Wellen, wenn es mit einer der Eigenfrequenzen zum Schwingen angeregt wird. Diese Tatsache könnte man ausnützen, um ein Seil zu untersuchen, von dem nur ein Teil sichtbar und zugänglich ist. Zum Beispiel werden in einem solchen Fall experimentell zwei benachbarte Eigenfrequenzen bestimmt (27.5 Hz und 30 Hz) und die Abstände der Knoten gemessen (20 cm bei 30 Hz). Bestimmen Sie nun die **Länge** des Seiles und dessen **Wellenausbreitungsgeschwindigkeit**.

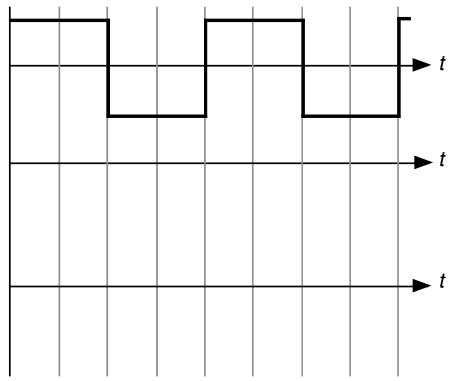
116 R Das nebenstehende Oszilloskop–Bild stellt die Überlagerung der 1. Eigenschwingung einer **gedeckten Flöte** mit einer weiteren Eigenschwingung der Flöte dar.



a) Bestimmen Sie die Länge dieser gedeckten Flöte.

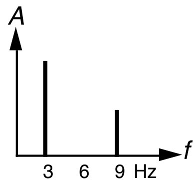
b) Welche Zwei Eigenschwingungen sind überlagert: die 1. und die 2. die 1. und die 3. die 1. und die 4. die 1. und die 5. ?

117R "**Frequenzspektrum" für Rechteckschwingungen**: Die rechts im oberen Diagramm dargestellte **Rechteckschwingung** entspreche dem ersten im Frequenzspektrum dargestellten Balken.



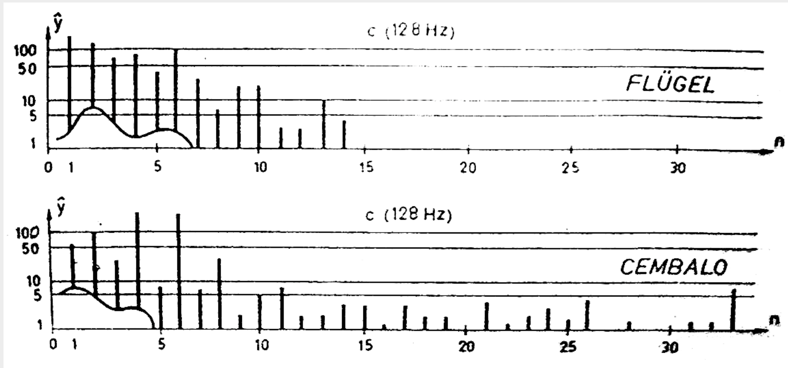
a) Beschriften Sie die Zeitachse des Diagramms.

b) Zeichnen Sie auf der mittleren t–Achse die Rechteckschwingung, die zum zweiten Balken des Frequenzspektrums passt.



d) Konstruieren Sie auf der untersten Achse die Überlagerung der beiden Schwingungen.

118R Vergleich von **Klangfarben**: Interpretieren Sie die rechts abgebildeten Frequenzspektren des **Klaviers** und des **Cembalos**.



a) Wie beschreiben Sie den Unterschied der Klangfarben dieser Instrumente und wie erklären Sie diesen Unterschied aus den Frequenzspektren?

b) Woran könnte es liegen, dass die Spektren so verschieden sind?

c) Was bedeuten die Kurven unten links in den Diagrammen?

119R Zur Bestimmung der **Schallgeschwindigkeit** eines unbekannten Gases kann folgendermassen vorgegangen werden: Ein Rohr von 1 m Länge wird auf einer Seite durch einen Deckel auf der andern Seite durch eine Lautsprechermembran verschlossen. Nun wird das Rohr durch eine geeignete Öffnung mit dem unbekannten Gas gefüllt. Mit einem Tongenerator und dem Lautsprecher sucht man nun die Resonanzfrequenzen des Gases.

Bestimmen Sie die Schallgeschwindigkeit eines Gases, bei dem für **zwei benachbarte Resonanzfrequenzen** die Werte 405 Hz und 675 Hz gefunden werden. (Hinweis: Betrachten Sie das Rohrende mit dem Lautsprecher als freies Ende)

Ergänzungen

120✍ Unter dieser Nummer werden Sie die Ergänzungen festhalten, die wir zu diesem Kapitel möglicherweise machen werden.

❑ Es gibt keine Ergänzungen!
❑ Es gibt Ergänzungen: