1. Beobachtungen am Fadenpendel (Schnurpendel)

Der lange Weg zur Formel

1 Wir Menschen wollen die Welt erkennen. Es gibt verschiedene Arten, die Welt wahrzunehmen. Physik ist eine bestimmte Weise, gewisse Aspekte und Zusammenhänge der Welt zu ergründen und zu ordnen. Ein besonderes Merkmal dieser Naturwissenschaft ist es, experimentelle und theoretische Erkenntnisse – die physikalischen Gesetze eben – durch mathematische Beziehungen auszudrücken; dies sind die berühmten Formeln der Physik. Die verschiedenen Tätigkeiten auf dem Weg zu den Gesetzen, die ihren Ausdruck in den Formeln finden, bilden die eigentliche „Arbeit der Physikerinnen und Physiker". Erst wer diese Arbeit einmal getan oder nachempfunden hat, versteht die Aussagen der Formeln richtig und kennt die Bedingungen ihrer Gültigkeit.

Zu Beginn des Physiklehrganges sollen Sie einmal selber diese physikalische Arbeit in allen Details durchspielen, und zwar am Beispiel des **Fadenpendels**. Wie Sie sehen werden, muss eine Menge Arbeit geleistet werden, bis wir die erste physikalische Formel zum Fadenpendel aufschreiben und anwenden können.

2 Schon bevor Ihnen dieses Blatt abgegeben wurde, haben Sie in Partnerarbeit **Beobachtungen** am selber aufgebauten Fadenpendel gemacht und diese sorgfältig protokolliert.

3 Anschliessend sammelten wir **alle** in der Klasse gemachten Beobachtungen.

4 Wir versuchten nun, Ordnung in diese Beobachtungs-Liste zu bringen: Wir beschränkten uns zuerst auf die wiederholbaren Beobachtungen (**Reproduzierbarkeit**). Aus diesen wählten wir jene aus, welche nicht durch Störungen (z.B. Luftreibung) verursacht wurden (**Idealisierung**). Nun erkannten wir, welche Grössen von Bedeutung sind und wir gaben ihnen geeignete Namen (**Fachbegriffe**).

5 Wie hängt die **Periode** von der **Pendellänge** ab? Wir machten uns also auf die Suche nach einem mathematisches Gesetz. Die Daten einer **Messreihe** wurden **grafisch** dargestellt, um eine bessere Vorstellung davon zu bekommen, wie wir die Grössen T und l mathematisch verknüpfen können. Bei der Diskussion unserer vermuteten Formel stellte sich heraus, dass wir uns auch Gedanken zur **Messgenauigkeit** machen müssen. Schliesslich erhielten wir das Ergebnis (Kasten rechts):

Unsere **Arbeitsschritte**

1. Fadenpendel aufbauen
2. **Beobachtungen**, Fragen, weitere Beobachtungen, Veränderungen, Beobachtungen, ... schriftlich festhalten im **Versuchsprotokoll**
3. sämtliche Beobachtungen sammeln
4. Beobachtungen sortieren in ...
   - **reproduzierbare** – nicht reproduzierbare
   - übereinstimmende – widersprüchliche
5. Auflösung gewisser Widersprüche durch ...
   - **Idealisierung** (Reibung vernachlässigen)
   - exakte **Definitionen** von Messgrössen (Schwingungsdauer, Pendellänge)
6. verbesserte Messungen: **Messreihe** mit diesen Messgrössen als Tabelle darstellen
7. **Messunsicherheiten** festhalten
8. **grafische Darstellung** der Messwerte
9. Vermutung über den mathematischen Zusammenhang anhand der Grafik formulieren
10. Vermutung an den Messwerten testen
11. überprüfen, ob die Abweichung zwischen Vermutung und Messwerten allein durch die Messunsicherheiten erklärt werden können
12. **Messresultat** darstellen mit
    - bestätigtem **Gesetz**
    - **Fehlerangaben**
    - korrekter **Einheit**
13. weitere Überprüfung des Gesetzes durch **Prognosen** und **experimentelle Tests**

Im Rahmen unserer Messgenauigkeit bestätigten wir für das Fadenpendel die Formel

$$l = k\,T^2$$

mit

k = ... cm/s² ± .... cm/s².

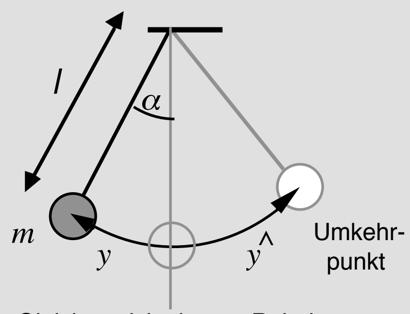
6 ? Nun sollten wir **Voraussagen** machen können, zum Beispiel zu den Fragen:

a) Wieviele Schwingungen macht ein **2 m langes** Pendel während einer Minute?

b) **Verdoppelung**: Um wieviel muss die Länge eines Pendels verlängert werden, damit sich dessen Schwingungsdauer verdoppelt?

c) **Sekundenpendel** für PfadfinderInnen: Es könnte sein, dass Sie einmal in der Lage sein sollten, Zeiten zu messen, obwohl Sie dummerweise keine Uhr tragen. Falls Sie aber eine Schnur bei sich haben, können Sie sich immerhin ein Pendel basteln. Wie lang muss dieses sein, damit die halbe Schwingungsdauer 1 Sekunde beträgt?

7 i Die Tests der vorangegangenen Aufgabe verliefen erfolgreich. Also können wir nun davon ausgehen, dass die rechts zusammengestellten Erkenntnisse als gesichert gelten können.



m	**Masse** des schwingenden Körpers
T	**Periode, Schwingungsdauer**: Zeit für eine Hin– und Herbewegung von m.
y	**Elongation**: momentane Entfernung von m von der Ruhelage (Gleichgewichtslage)
$\hat{y} = A$	**Amplitude**: maximale Elongation
l	**Pendellänge**: Distanz zwischen Aufhängepunkt und Schwerpunkt (Faden sei masselos)
α	momentaner **Auslenkungswinkel**

Fadenpendel–Gesetz–Probleme

8 ? ***T* aus *l*:** Wie gross ist die Schwingungsdauer eines Pendels mit der Länge l = 17 cm?

9 ? **Zwei Pendel**: Ein kurzes und ein langes Pendel schwingen gleichzeitig nebeneinander. Das längere Pendel ist 0.8 m lang. In der Zeit, in welcher das längere Pendel 2 Schwingungen vollendet, macht das kürzere genau deren 3. Berechnen Sie die Länge des kürzeren Pendels.

10 ? **Längenmessung mit dem Pendel**: Es soll die Länge eines Fadenpendels gemessen werden, dessen Aufhängepunkt unglücklicherweise nicht zugänglich ist. Die Längenmessung erfolgt deshalb indirekt über die Messung der Periode. Es werden (von Hand) vier Messungen gemacht:
4.45 s ; 4.53 s ; 4.39 s und 4.38 s.
Geben Sie das Messergebnis für die Pendellänge inklusive Messfehler bekannt.

11 ? Ein Astronaut nimmt (wohl aus Nostalgiegründen) seine **Pendeluhr** mit auf eine Expedition zum Mond. Dort stellt er allerdings fest, dass die Uhr nicht richtig tickt. Hätte der Astronaut den Physikunterricht am MNG Bern-Kirchenfeld (CH) besucht, so hätte er auf das Mitnehmen der Uhr verzichtet! Warum?

Wieviel Zeit verstreicht wirklich, bei einer vollen Umdrehung des grossen Zeigers der Pendeluhr auf dem Mond?

Das Fadenpendel

Wenn die Luftreibung keine grosse Rolle spielt und wenn die Amplitude nicht allzu gross gewählt wird, so gilt für das Fadenpendel:

$$l = k \cdot T^2$$

Das Pendel schwingt auf beiden Seiten gleich weit, d.h. *A* = konst.

Die Schwingungssdauer *T* hängt weder von *m* noch von *A* ab.

Hingegen hängt der Wert von *k* (und somit auch *T*) vom Ort des Pendels ab (siehe unten)**.**

Auf der Erde beträgt der Wert für *k* im Mittel

$$k = 0.2484\ \mathrm{m/s^2}\ .$$

Einige genaue Werte für k für verschiedene Orte:

in Bern:	k = 0.24839 m/s^2
auf dem Jungfraujoch:	k = 0.24821 m/s^2
am Nordpol:	k = 0.24905 m/s^2
auf dem Mond:	k = 0.04109 m/s^2

Ein weiterer Begriff: Die Frequenz

12 i Das Fadenpendel ist nur eines von vielen möglichen **schwingenden Systemen**. Alle schwingenden Systeme haben gemeinsam, dass man sie durch die Zeit, die für eine Schwingung benötigt wird, also die **Periode** T charakterisieren und vergleichen kann. Dies ist aber nicht die einzige Möglichkeit. Man könnte verschiedene schwingende Systeme auch durch die Anzahl der gemachten Schwingungen während einer bestimmten Zeitspanne vergleichen. Dies führt zur Definition einer neuen Grösse:

Die Frequenz f gibt die Anzahl Schwingungen pro Sekunde an.

Die Frequenz wird in der Einheit Hertz* (Hz) angegeben. Die Angabe 1 Hertz bedeutet, dass ein schwingendes System pro Sekunde eine Schwingung durchführt:

$$[f] = 1\ \text{Hz} = \frac{1}{\text{s}}\ .$$

* Heinrich Hertz (1857 – 1894)

13 ? a) Was bedeutet die Angabe **50 Hz**?

b) Messen Sie Ihre **Herzschlagfrequenz**.

c) Bestimmen Sie die Frequenz des **Sekundenpendels**, wie es in einer früheren Aufgabe beschrieben wurde.

d) Bestimmen Sie ebenso die Frequenz eines Pendels der **Länge 24.5 mm**.

14 ? Ein Pendel macht 300 Schwingungen in 60 Sekunden. Berechnen Sie die **Frequenz**.

Zeigen Sie anhand dieses Beispieles, dass auch die Aussagen im zweiten Kasten gelten.

Die Frequenz f ist das Verhältnis von der Anzahl gemachter Schwingungen geteilt durch die dafür benötigte Zeit.

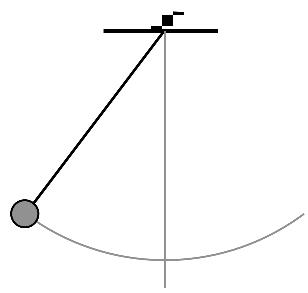
$$f = \frac{1}{T}$$

15 ? Leiten Sie eine Formel her, mit deren Hilfe die **Frequenz eines Fadenpendels** bei bekannter Länge direkt berechnet werden kann. (Die Formel soll kein Doppelbruch sein!)

16 ? Ein Radio empfängt Signale in Form von elektromagnetischen Schwingungen, welche von einem Radiosender ausgehen. **Radio Förderband** beispielsweise sendet mit der Frequenz 96.7 MHz (M = Mega = 1 Million = 10^6).

Wie gross ist die **Periode** dieser elektromagnetischen Schwingung?

17 ? Wir interpretieren die Darstellung rechts als Momentaufnahme gerade zum Zeitpunkt des Loslassens im äussersten Punkt. Das Pendel schwinge dann mit einer Frequenz von 4.0 Hz.



a) Zeichnen Sie so gut wie möglich den **Ort** und die **Bewegungsrichtung** des Pendels genau 1.15 Sekunden nach dem Loslassen ein.

b) Bezeichnen Sie sodann in der Zeichnung den **möglichen Aufenthaltsbereich** des Pendels nach 3 Sekunden ein für den Fall, dass die Frequenz des Pendels nur auf ± 0.1 Hz genau bestimmt werden konnte, also f = (4.0 ± 0.1) Hz. (Begründungen nicht vergessen.)

Repetitionsaufgaben

18 ℹ Diese mit **R** bezeichneten Aufgaben werden im Unterricht nicht besprochen. Für einige dieser Aufgaben sind aber im Anhang dieses Heftes Lösungen angegeben.

19 R Angenommen, Sie verfassen ein **Lexikon** (Schülerlexikon). Welchen Eintrag machen Sie unter dem Stichwort → **Periode** ?

20 R Sie sollen von Hand mit einer Stoppuhr die Periode eines Pendels möglichst genau messen. Worauf achten Sie? Wie gehen Sie vor?

21 R Durch welche einzelnen Handlungen, Beobachtungen und Ueberlegungen wurden Sie auf die Erkenntnis des „Fadenpendelgesetzes" $l = k \cdot T^2$ mit $k = 24.84$ cm/s^2 geführt?

22 R An einem Pendel werden die folgenden Messungen gemacht:

l = 15.20 m ± 0.01 m ; T = 7.78 s ± 0.15 s

Wie kommt man zu den Fehlerangaben (±0.01 m und ±0.15 s)? Bestimmen Sie aus diesen Angaben die Konstante k mit Fehlerangabe (Messunsicherheit)?

23 R a) Wie lang muss ein Pendel sein, dessen Periode genau 10 Sekunden betragen soll?

b) Wie gross ist die Periode eines zehnmal kürzeren Pendels als jenes bei a)?

c) Welche Frequenz hat ein Pendel, das 10 mal kürzer ist als jenes von b)?

24 R **Ringturnen**: Schätzen Sie die Pendellänge jenes Pendels, das von Ihnen gebildet wird, wenn Sie an den Ringen hin– und herschwingen. Berechnen Sie sodann die Periode dieser Bewegung.

Vielleicht überprüfen Sie bei nächster Gelegenheit im Turnen durch Messung der Periode Ihre Schätzung der Pendellänge ... ?

25 R Man kann mit Hilfe des Fadenpendelgesetzes zum Beispiel auch abschätzen, wie hoch ein **Kran** ist: Nehmen wir an, Sie würden beobachten, dass eine Last, die nur knapp über dem Boden hängt in 7 Sekunden eine ganze Schwingung macht. ...

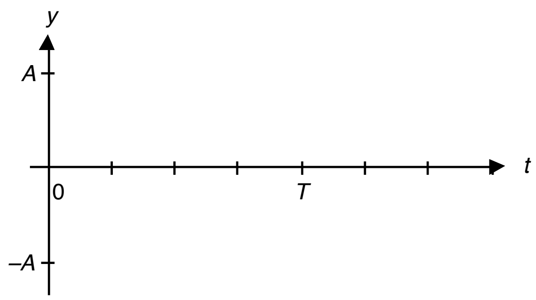
26 R Wie lang müsste ein **Sekundenpendel** (T = 2 s) auf dem Mond sein?

Aufzeichnen der Fadenpendel–Bewegung

27 Wir wollen nun die Schwingungsbewegung eines Fadenpendels graphisch darstellen. Wir suchen eine Darstellung, die uns erlaubt abzulesen, welche Lage das Pendel zu einem bestimmten Zeitpunkt hat. Zu diesem Zweck stellen wir die **Elongation** als Funktion der **Zeit** dar, oder wie Sie in der Mathematik gelernt haben: Wir stellen den Graphen der Funktion $y = \mathrm{f}(t)$ dar, dieser Graph heisst auch ***y–t*–Diagramm**.

Wir zeichnen den Graphen auf Grund der genauen Beobachtung der Bewegung auf. Damit wir die Auslenkung nach links von derjenigen nach rechts unterscheiden können, wählen wir willkürlich die erste negativ und die zweite positiv.

28 Zeichnen Sie das y–t–Diagramm einer Pendelbewegung im abgebildeten Koordinatensystem gemäss folgender **Anleitung** ein.



a) Wir betrachten die Schwingung welche entsteht, wenn ein Pendel zur Zeit t = 0 im äussersten Punkt rechts losgelassen wird. Zeichnen Sie im Diagramm ein, wo m zur Zeit t = 0 ist (d.h. $y = \mathrm{f}(0)$ = ?).

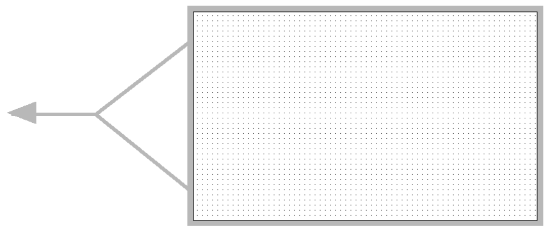
b) Ist die seither verstrichene Zeit gleich der Periode T, so ist das Pendel wieder am Ausgangspunkt. Zeichnen Sie also $y = \mathrm{f}(T)$ ein.

c) Nun fällt es Ihnen leicht, auch die Elongationen zu den Zeiten $\frac{T}{2}$, $\frac{T}{4}$ und $\frac{3T}{4}$ einzutragen!

d) Das Diagramm, das jetzt 5 Punkte enthält, ist natürlich noch nicht vollständig, denn das Pendel ist ja auch zu den Zwischenzeiten irgendwo. Die Punkte müssen durch eine Linie verbunden sein. Überlegen Sie nun sorgfältig, welche Form diese Linie haben muss und skizzieren Sie diese fein mit Bleistift ins Diagramm.

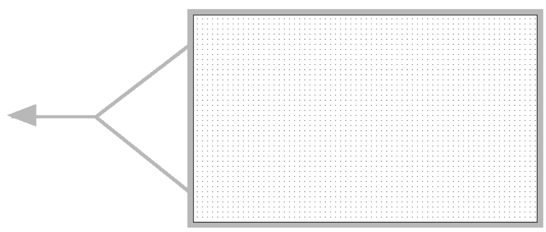
29 **Das Sandpendel**:

a) Wir überprüfen Ihre Vermutungen zu **28** d), indem wir ein Pendel seine eigene Spur auf eine gleichmässig bewegte Unterlage aufzeichnen lassen. Beschreiben Sie den Versuch, zeichnen Sie das Ergebnis auf und kommentieren Sie dieses.



Ungedämpfte Schwingung des Sandpendels

b) Mit der gleichen Experimentiervorrichtung wird auch noch der Unterschied zwischen einer **gedämpften** und einer **ungedämpften** Schwingung gezeigt.



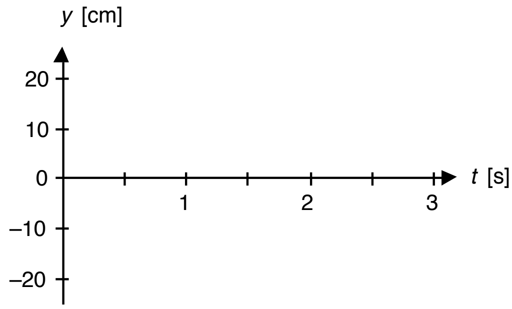
Gedämpfte Schwingung des Sandpendels

30 Die **mathematische Funktion** für das y–t–Diagramm der ungedämpften Schwingung kennen Sie vom Mathematikunterricht: Es handelt sich um die

……………………………………………………………… .

31 ? **Zeichnen** Sie das *y–t*–Diagramm eines Fadenpendels von 65 cm Pendellänge, dessen Auslenkung beim Loslassen (zur Zeit $t = 0$) im äussersten Punkt auf der *linken* Seite 18 cm beträgt.

(Annahme: Der Luftwiderstand könne vernachlässigt werden.)

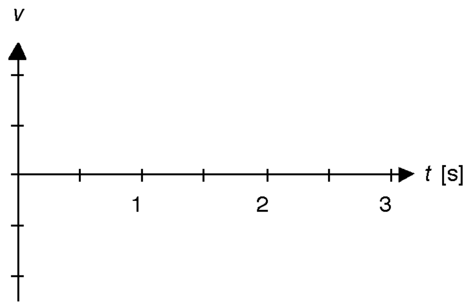


zu Aufgabe 31

32 ? a) Bestimmen Sie die **mittlere Geschwindigkeit** der Pendelmasse für die Schwingung von Aufgabe **31**.

b) Machen Sie Aussagen zur **Momentangeschwindigkeit** der Pendelmasse für ausgewählte Zeitpunkte.

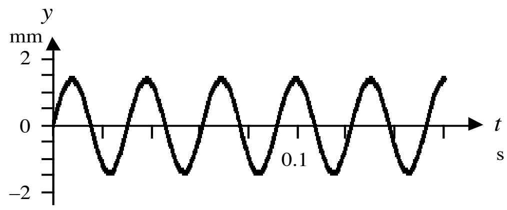
c) Skizzieren Sie qualitativ das ***v–t*–Diagramm**.



zu Aufgabe 32

33 R Bestimmen Sie für die rechts aufgezeichnete Schwingung die folgenden Grössen:

a) Periode b) Amplitude
c) Elongation zur Zeit 0.12 s d) Frequenz
e) mittlere Geschwindigkeit zwischen zwei Umkehrpunkten



zu Aufgabe 33

34 R Drei Schüler/innen wollen die mittlere Geschwindigkeit samt Messfehler eines schwingenden Körpers bestimmen und messen deshalb gleichzeitig die Amplitude und Periode. (Siehe Tabelle rechts.)

Wie lautet das Versuchsergebnis samt Messunsicherheit?

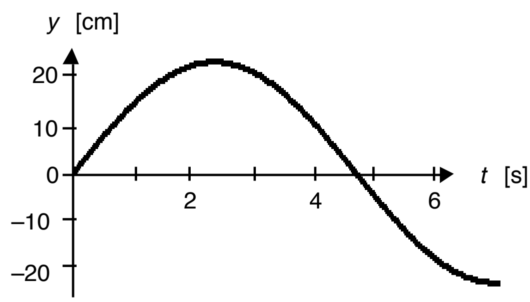
	Amplitude	Periode
Schülerin A	0.54 m	1.32 s
Schüler B	52 cm	1.29 s
Schülerin C	53.2 cm	1.30 s

zu Aufgabe 34

35 R Nebenan ist ein Teil einer Schwingung dargestellt, die zur Zeit $t = 0$ in der Ruhelage beginnt. Bestimmen Sie die folgenden Grössen dieser Schwingung so genau wie möglich:

a) **Frequenz** und **mittlere Geschwindigkeit**

b) **maximale Geschwindigkeit**



zu Aufgabe 35

36 R Ein **Seilakrobat** im Zirkus hält sich am Ende seiner Nummer am unteren Ende seines Seiles ganz ruhig fest und schwingt hin und her. Der Luftwiderstand ist natürlich beträchtlich und der Akrobat macht eine gedämpfte Schwingung. In jeweils 15 Sekunden nimmt die Amplitude auf die Hälfte ab. Die Seillänge beträgt ca. 6 m und die Amplitude ist zu Beginn 3 Meter.

Zeichnen Sie diese gedämpfte Schwingung in einem geeigneten Koordinatensystem auf.