



### 3. Reale schwingende Systeme - Resonanz und Selbstregulierung

#### Resonanz-Phänomene

**39**  Sehr oft werden **schwingende Systeme** von aussen irgendwie beeinflusst, gestört – oder überhaupt erst zum Schwingen angeregt. Wir untersuchen nun schwingungsfähige Systeme, welche periodisch gestört werden, etwas genauer. Ihre Aufgabe ist es als Erstes, die Eigenschaften der "Reaktionen" auf die Störungen durch eigene Beobachtungen zu finden und zu beschreiben.


**40**  Wir bauen aus zwei Stativstangen einen "Galgen", an welchem zwei Fadenpendel befestigt werden. Das erste Fadenpendel (Pendel 1) soll eine relativ grosse Masse (ca. 0.5 bis 1 kg) tragen und so befestigt sein, dass die Fadenlänge variiert werden kann. Das zweite Fadenpendel (Pendel 2) soll eine fixe Länge haben und eine kleinere Masse tragen.

Pendel 2 wird in die Ruhelage gebracht und danach wird Pendel 1 in Schwingung versetzt. Beobachten Sie das Verhalten des leichteren Pendels während 1 bis 2 Minuten. Wiederholen Sie dies für verschiedene Pendellängen des schwereren Pendels.

Fertigen Sie ein Versuchsprotokoll an:

- Skizzieren Sie den **Versuchsaufbau** und halten Sie alle Angaben dazu fest, die für eine Rekonstruktion nötig wären.
- Protokollieren** Sie die Beobachtungen genau.
- Versuchen Sie, aus Ihren Beobachtungen die **Kernaussage** (ein Prinzip, ein Gesetz, ...) herauszuschälen und in einem (möglichst allgemein gültig formulierten) Satz festzuhalten.
- Suchen Sie nun nach einer detaillierten **Erklärung** Ihrer Beobachtung und halten Sie diese ebenfalls schriftlich fest.

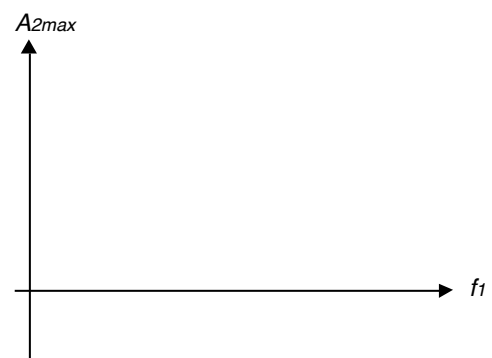
Wenn Sie die Erklärung nicht sofort finden, hilft Ihnen vielleicht die folgende Anregung auf die Sprünge: Versuchen Sie durch geschicktes Anblasen das eine Pendel in möglichst heftige Schwingung zu versetzen!

**41**  **Die Resonanzkurve:** Die in der vorangegangenen Aufgabe gemachten Beobachtungen lassen sich in einem Diagramm zusammenfassen, welches die "Reaktion" des leichten Pendels (seine maximale Amplitude  $A_{2max}$ ) als Funktion der "Störung" durch das schwere Pendel (seine Frequenz  $f_1$ ) darstellen soll.

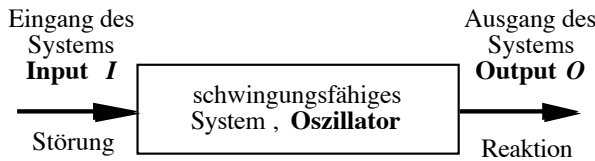
Messen Sie eventuell grob einige notwendige Grössen, um den ungefähren Verlauf des Diagramms zu skizzieren.

**Ziele dieses Kapitels**

- Sie wissen was Resonanz ist und können einige Resonanzphänomene aufzählen, beschreiben und erklären.
- Sie kennen den Zusammenhang der Begriffe Regelkreis, Rückkoppelung und Selbstregulation und können auch zu diesem Themenkreis Beispiele benennen und erklären.



- 42 **i** Um eine allgemeine Formulierung für die oben gemachten Beobachtungen zu ermöglichen, führen wir die folgenden Begriffe ein (Kasten):



- 43 **i** Es gibt eine Vielzahl von **Resonanzerscheinungen**. Machen Sie sich die notwendigen Notizen zu folgenden Demonstrationen oder Ausführungen.
- horizontales Federpendel
  - Drehpendel
  - Vibration eines Buses bei geringer Motordrehzahl
  - Lautsprecher und Gehör
  - Mitschwingen einer Klaviersaite beim Singen eines bestimmten Tones
  - Pferde-Gangart (Kastentext)
  - Resonanzkasten**
  - Resonanzkatastrophen:** Brücke von Takoma (Film)

- 44 **?** Beispiele aus der **Biomechanik**: Der Text im Kasten rechts macht klar, dass das Prinzip der Resonanz auch im Reich der Lebewesen eine wichtige Bedeutung hat. Es ist nur ein Beispiel von vielen.

Was im Text beschrieben ist, können auch wir Menschen in einem ähnlichen Zusammenhang erleben. Achten Sie auf die Arme eines **gehenden** und eines **joggenden** Menschen: Was ist der Unterschied?

- Als **Gehender** mache ich persönlich in 7 Sekunden etwa 10 Schritte. Der hängende Arm macht dabei 5 Schwingungen, hat also eine (Erreger-) Frequenz von etwa 0.7 Hz. Andererseits kann der Arm in grober Näherung als ein Pendel betrachtet werden, dessen Schwerpunkt etwa eine halbe Armlänge (d.h. ca. 40 cm) unter der Achsel liegt. Ein Fadenpendel dieser Länge hat eine (Eigen-) Frequenz von ca. 0.8 Hz, die Resonanzbedingung ist für das Armschwingen also nahezu erfüllt.
- Wie sieht diese Sache bei einem **joggenden** Menschen aus? Warum joggen Sie nicht mit gestreckten Armen? Analysieren Sie auf dieselbe Weise wie unter a) Ihren Bewegungsablauf beim Joggen.

- 45 **i** Ein Beispiel aus dem **Verkehr** stammt aus Jearl Walkers Buch *Der fliegende Zirkus der Physik*. Lesen Sie dazu den folgenden Text.

Viele Strassenbeläge sind ursprünglich glatt, doch bald entwickeln sich auf den Fahrbereichen der Räder Muster aus flachen Hügeln und Tälern, die zwischen einem halben und einem ganzen Meter voneinander entfernt sind. (Auf Naturstrassen kann man oft auch Schlagloch-Reihen mit diesen typischen Abständen antreffen.) Wodurch entstehen

### Erregerfrequenz

### Eigenfrequenz


### Resonanz

### Resonanzbedingung


Vom Standpunkt der Biomechanik aus lassen sich die Beine bei den typischen Gangarten des Pferdes modellhaft als Pendel beschreiben, die beim Füssen unter der Bodenreaktionskraft wie Federn gestaucht werden. Neuere Untersuchungen gehen davon aus, dass die **Pendelbewegung** der Beine im Schritt mit der Resonanzschwingung eines isolierten Pendels mit gleicher Massenverteilung übereinstimmt. Diese Pendelbewegung ist eine energiesparende Art der Fortbewegung, da das Vorschwingen weniger Muskelarbeit und damit geringeren Energieaufwand erfordert als ohne Resonanzphänomen. Mit zunehmender Geschwindigkeit werden die Schwingzeiten der Gliedmassen kürzer, das Pferd "verlässt" damit den günstigen Bereich der Resonanz. Damit würden Pendelschwingungen deutlich mehr Energie erfordern, da die Beine durch aktive Muskelarbeit zu schnellerem Schwingen gezwungen werden müssten. Deswegen kommen im Trab vor allem Federmechanismen zum Tragen, die deutlich höhere Resonanzfrequenzen aufweisen. (Quelle: König/Liebich: Anatomie der Haussäugetiere)


diese Muster? Weshalb wird die Strasse durch das Abrollen der Räder nicht geglättet? ...


Ein Furchenmuster auf einer Strasse bildet sich, nachdem die erste Unregelmässigkeit auf einer zunächst glatten Strasse zufällig entstanden ist. Überfährt ein Reifen die Unregelmässigkeit mit einer ausreichend hohen Geschwindigkeit, springt er leicht und drückt sich anschliessend beim Aufkommen in die Strasse ein. Auch dann, wenn der Reifen nicht von der Strassendecke abhebt, verringert sich zunächst kurzzeitig das auf dem Reifen lastende Gewicht, während der Reifen anschliessend umso stärker nach unten gedrückt wird. Dieser Druck erzeugt eine flache Mulde, aus der der Reifen wieder heraus fahren muss. Dies lässt ihn abermals springen. nachfolgend über die Strasse fahrende Autos verstärken dieses Muster. Es dehnt sich mit der Zeit weiter die Strasse entlang aus.


- 46**  **Metapendel:** Sie können ein „Metapendel“ selber zusammensetzen. Wählen Sie dazu eine (nicht zu lange) Feder aus, die Sie mit einer Masse so belasten, dass die Periode etwa 0.5 s bis 1 s beträgt. Bestimmen Sie diese Periode  $T_1$  des **Federpendels** mit einer Handstoppuhr so genau wie möglich. Berechnen Sie nun die Länge  $l_2$  eines **Fadenpendels**, dessen Periode ( $T_2$ ) doppelt so gross sein soll, d.h.  $T_2 = 2 \cdot T_1$ . Hängen Sie nun das Federpendel mit einer Schnur so auf, dass der Abstand zwischen der Aufhängung und dem Schwerpunkt der Masse in der Ruhelage genau  $l_2$  beträgt.

Heben Sie die Masse leicht an und lassen Sie sie fallen. Wie verhält sich das Pendel?

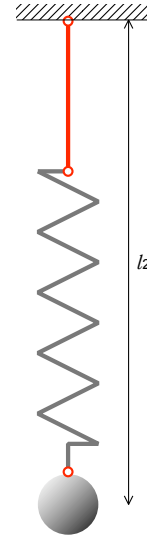
- 47**  Wenn man mit dem Auto im **Schnee oder Morast** steckengeblieben ist, empfiehlt es sich, im passend gewählten Rhythmus hin- und herzufahren, um das Auto wieder freizubekommen. Erklären Sie.

- 48**  Weshalb lässt sich selbst ein schweres Personenauto **seitlich verschieben**, wenn man es an der Stossstange im richtigen Rhythmus auf und ab bewegt?

- 49**  Ein Boot ist auf einem See: Es gibt Wind und somit unruhigen Seegang. Die Wasserwellen breiten sich mit 2 m/s aus. Die Wellenberge haben einen Abstand von etwa 4 m. Im Boot ist ein Fadenpendel aufgehängt. Je nachdem, welche Länge das Pendel hat, könnte nun eine „**Resonanzkatastrophe**“ eintreten. Bestimmen Sie diese kritische Länge.

- 50**  **Ermüdungsbruch:** Neue Maschinen werden jeweils auf **Schütteltischen** allen möglichen Frequenzen ausgesetzt. Man will so experimentell sicherstellen, dass unter normalen Betriebsbedingungen keine Resonanzen auftreten. Wenn das trotzdem der Fall wäre, könnten die grossen Beschleunigungskräfte zu Ermüdungsbrüchen bei der Maschine führen.

**Beispiel:** Ein Bauteil habe 100 g Masse. Es sei so ungünstig in eine Maschine eingebaut, dass bei der im Betrieb häufig auftretenden Frequenz 270 Hz Resonanz auftritt. Das Bauteil vibriert dann mit einer Amplitude von 1 mm. Berechnen Sie die auf das Bauteil einwirkende **maximale Kraft**.

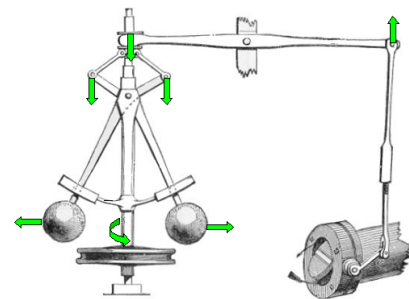
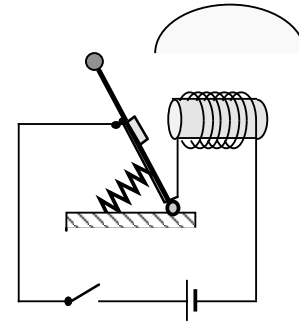
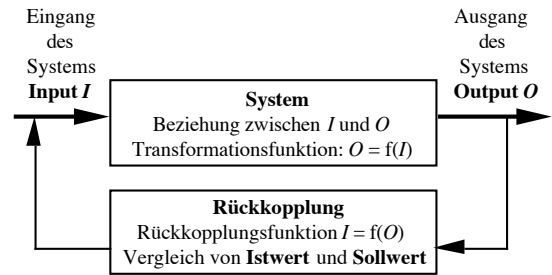


### Schwingungen durch Rückkopplung – Selbstregulierung

**51** *i* Wir haben gesehen: Ein schwingungsfähiges System ist im Zustand der **Resonanz**, wenn kleine Stösse von aussen periodisch, immer genau im richtigen Zeitpunkt, ein wenig Energie zuführen. Es entsteht eine **Aufschaukelung**, die Schwingung wird grösser und grösser.

Wünscht man andererseits, dass die Schwingung eines Systems nicht abklingt (z.B. bei einer Uhr), was sie natürlicherweise machen würde, so muss ebenfalls periodisch etwas Energie zugeführt werden. Um in einem solchen Fall eine Art Resonanz sicherzustellen, ist es notwendig, durch einen geeigneten **„Selbststeuerungsmechanismus“** die Resonanzbedingung zu garantieren. Wir nennen diesen Mechanismus, der die **Selbstregulierung** ermöglicht, (negative) **Rückkopplung**. Diese stellt eine Verbindung dar zwischen dem schwingenden System und der Energiezuführung. Das schwingende System und die Rückkopplung zusammen bilden einen **Regelkreis**.

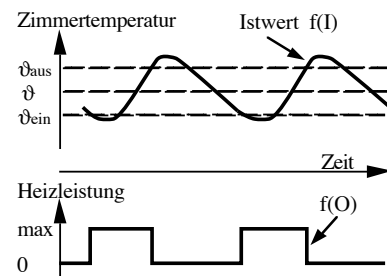
Für die **Energieumwandlung** stellt sich in einem selbstregulierten System ein **Fließgleichgewicht** her: Mit jedem Zyklus wird dem System aus dem **Energiereservoir** so viel Energie zur **Schwingungsenergie** zugeführt, wie andererseits durch Reibung in **thermische Energie** umgewandelt wird.



<http://de.wikipedia.org/wiki/Rückkopplung>

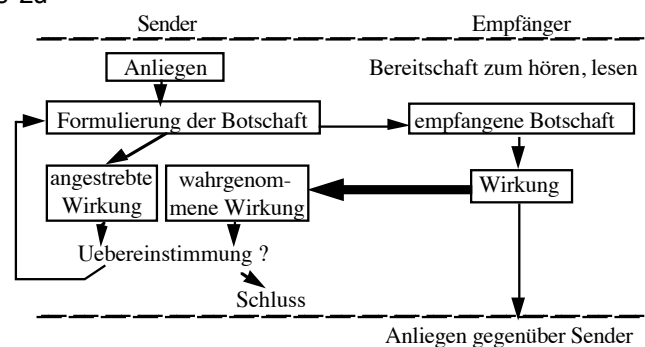
**52** *i* Es ist nicht immer die primäre Aufgabe von Regelkreisen, Schwingungen zu erzeugen. Oft soll ein Mechanismus dafür sorgen, dass eine Grösse einen bestimmten Wert beibehält, trotz sich ändernder Rahmenbedingungen. In diesem Fall sorgt der Rückkoppelungsmechanismus dafür, dass der **Istwert** der Grösse zum **Sollwert** hin korrigiert wird. Bei diesem Steuerungsvorgang kann eine Schwingung entstehen; der Istwert schwingt um den Sollwert.

Das System reguliert den Istwert (Output) als Funktion vom Input. Die Steuerung des Inputs geschieht durch die Rückkopplungsfunktion: Der Input ist somit eine Funktion des Outputs.

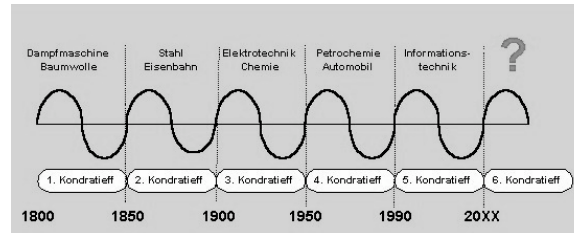
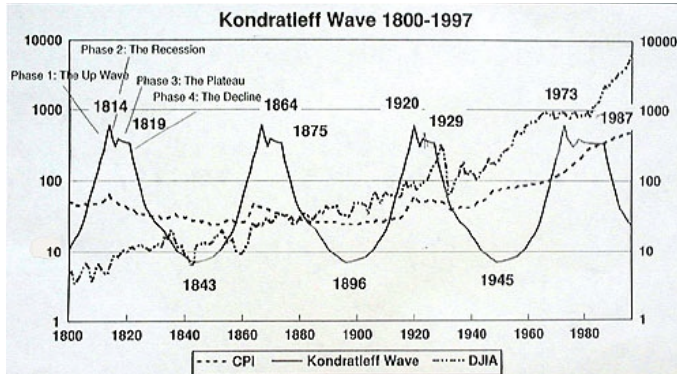


**53** *i* Die **Beispiele** in der rechten Spalte zeigen verschiedene selbstregulierende Systeme. Diese werden im Unterricht besprochen, indem die zentralen Merkmale (Input, Output, Rückkopplungsfunktion) eines Regelkreises zugeordnet werden.

- a) Elektrische Klingel
- b) Fliehkraftregler
- c) Thermostat: Steuerung der Raumtemperatur
- d) Wirkschema von Sprache (Feedback)



- 54 **R** Es soll hier auch auf eine ökonomische Schwingung hingewiesen werden, deren Regelsystem sehr komplex und nicht einfach oder vielleicht gar nicht zu erforschen ist - zumindest lassen sich kaum Prognosen ableiten: **Wirtschaftszyklen nach Kondratieff**. Wie gross war bisher die Periode? Wodurch wurde möglicherweise jeweils eine neue Periode eingeleitet?



- 55 **?** Bereiten Sie sich vor für eine kurze Darstellung vor der Klasse von einem der folgenden **selbstregulierten Systeme**. Diskutieren Sie dieses so gut es geht in Bezug auf das Regelkreisschema (Input, Output, Rückkoppelungsfunktion). Sie erhalten dafür Ausschnitte aus Wikipedia oder Buchkopien. Diese enthalten teilweise ziemlich viele Informationen. Beschränken Sie sich in Ihrer Ausführung auf die Beschreibung des Systems und auf die Funktionsweise der Rückkoppelungsfunktion.

- Verkehr: **ABS**–Bremsen (Antiblockiersystem)
- Baukunst: **Millennium Bridge** in London
- Ökonomie: Preisbildung im **Angebot–Nachfrage**–System
- Biologische Regelkreise: Einstellung der **Pupillengröße** (oder auch Thermoregulation; Regulation von Puls, Blutdruck, Atmungsfrequenz ...)
- Flattern** bei Flugzeugflügeln und Espenlaub
- Astronomie: **Cepheiden** (eine Art veränderlicher Sterne)
- Kinder-**Schaukel**
- Zeitmessung: **Anker** einer (Pendel-) Uhr
- Spielzeug: **Gehende Maus** auf schiefer Bahn
- Esoterik: **Siderisches Pendel**, Carpenter-Effekt
- .....

- 56 **!** Halten Sie unter dieser Nummer die Ergänzungen fest, die wir im Unterricht zu diesem Kapitel (vielleicht) gemacht haben.

- Keine Ergänzungen  
 Es gibt Ergänzungen, nämlich: