

4. Überall sind Kräfte im Spiel – die Grundgleichung der Mechanik

Kraft und Beschleunigung

76 **i** Nachdem wir nun gelernt haben, Bewegungen genau zu **beschreiben**, können wir unsere Gedanken zu den Kräften fortsetzen. Wir beginnen mit der Untersuchung des Zusammenhangs zwischen der **Beschleunigung** eines Körpers, seiner **Masse** (also seiner **Trägheit**) und der beschleunigenden **Kraft** (also der Beschleunigungs-**Ursache**). Wir werden danach auch erkennen, wie Situationen zu untersuchen sind, in welchen mehrere Kräfte im Spiel sind.

77 **Ergänzen** Sie jeweils nach der entsprechenden Vorführung eines kleinen Experimentes die folgenden Textlücken.

- An einem Wagen wird eine Feder mit einer Skala zur Messung der Dehnung befestigt.
- Wird mit der Feder so am Wagen gezogen, dass dabei ihre Dehnung konstant bleibt, so wird der Wagen
.....
- Wir folgern daraus, dass durch die Feder eine
.....
auf den Wagen erzeugt wird.
- Wird die Feder zum Beschleunigen
.....
so ist die Beschleunigung grösser und somit auch die
.....
- Unsere bisherigen Beobachtungen, welche nicht nur für "unseren" Wagen, sondern für jeden Körper gelten, fassen wir im oberen Kasten zusammen.
- Ziehen wir nun jeweils mit gleicher Kraft am Wagen, ändern aber seine Masse durch Auflegen zusätzlicher Massenstücke, so stellen wir folgendes fest:

78 **i** Um alle diese Beobachtungen kürzer aufschreiben zu können, verwenden wir die üblichen Abkürzungen:

m **Masse** des beschleunigten Körpers

a **Beschleunigung** des Körpers (acceleration)

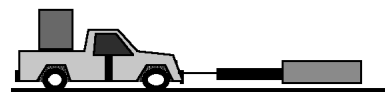
F_{Res} die den Körper **beschleunigende Kraft** (force) = **resultierende Kraft** (warum die Kraft so genannt wird, erfahren Sie später.)

Diese Abkürzungen verwenden wir jetzt auf unserer Suche nach einer Formel, welche die oben gemachten Feststellungen zusammenfasst.

79 **?** Was wir am beschleunigten Wagen sehen konnten, muss doch auch für **fallende Körper** gelten. Im Vakuum fallende Körper erfahren die Fallbeschleunigung g , weil

Ziele dieses Kapitels

- Sie kennen die Grundgleichung der Mechanik.
- Sie können die Grundgleichung anwenden, um Kenntnisse über Kräfte zu erlangen und einfache Probleme zu lösen.



Wenn die Masse eines Körpers nicht verändert wird, so gilt:

Wenn an einem Körper stets die gleiche Kraft angreift, so gilt:

sie von der **Erdanziehungskraft (Gravitationskraft) F_G** beschleunigt werden. In diesem Fall ist also die Erdanziehungskraft die beschleunigende Kraft F_{Res} . Die Erdanziehungskraft der Körper ist proportional zu ihrer Masse, also muss ein Körper der Masse 2 kg eine doppelt so grosse beschleunigende Kraft erfahren wie ein Körper der Masse 1 kg. Wäre da nicht zu erwarten, dass auch die Beschleunigung des schwereren Körpers doppelt so gross ist wie diejenige des kleineren? Nein, es werden beide Körper genau gleich stark beschleunigt – wie wir ja im Vakuumfallrohr gesehen haben – denn der Körper mit doppelter Masse hat auch die doppelte Trägheit.

Wie hängt also die Fallbeschleunigung wohl mit der beschleunigenden Kraft und der Masse zusammen?

Für die Fallbeschleunigung g gilt:

Die Gewichtskraft eines Körpers der Masse m ist also:

Die Grundgleichung der Mechanik

80 **i** Mit den vorangegangenen Überlegungen am Auto und an fallenden Körpern können wir eine Formel für die Berechnung der resultierenden Kraft aus der Masse und der Beschleunigung eines Körpers plausibel machen. Wir nennen diese Formel **Grundgleichung der Mechanik, 2. Axiom von Newton** oder auch **Beschleunigungsgesetz**. Aus der Formel ergibt sich auch die Einheit der physikalischen Grösse **Kraft**.

Die Grundgleichung der Mechanik

$$[F] = [m \cdot a] = 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} = 1 \text{Newton} = 1 \text{N}$$

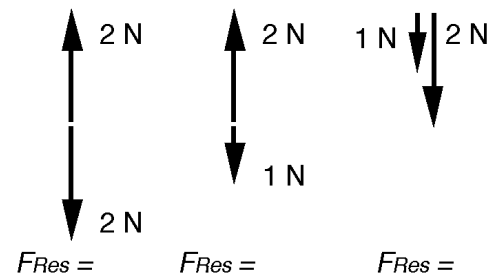
81 **i** Die Beispiele der folgenden Aufgaben werden Ihnen zeigen, dass das Verhalten eines Körpers meistens durch die "Gesamtwirkung" verschiedener Kräfte bestimmt ist. Bleibt ein Körper beispielsweise trotz verschiedener (an ihm angreifender) Kräfte in Ruhe oder in geradlinig gleichförmigen Bewegung, dann verhält er sich so, als ob keine Kraft auf ihn einwirken würde. Die "Gesamtwirkung" der Kräfte ist in diesem Fall gleich null.

Bewegt sich ein Körper aber beschleunigt, so folgern wir, dass sich die verschiedenen Kräfte nicht vollständig kompensieren; die "Gesamtwirkung" also nicht null ist. Diese "Gesamtwirkung" nennen wir **resultierende Kraft** oder Resultierende, kurz F_{Res} . Wird ein Körper nicht beschleunigt, so ist also $F_{Res} = 0$ und wir sagen, es herrsche ein Kräftegleichgewicht. Wird ein Körper beschleunigt, so entspricht die **beschleunigende Kraft** der resultierenden Kraft.

82 **i** Zur vollständigen Beschreibung von Kräften gehören zwei Angaben: **Richtung** und **Betrag**. Die Kraft ist, ebenso wie die Geschwindigkeit oder die Beschleunigung, eine gerichtete Grösse, d.h. eine vektorielle Grösse oder kurz ein **Vektor**. Ein Vektor ist ein Pfeil. Die **Richtung eines Kraftvektors** gibt die Richtung der Kraft an, und die **Länge eines Kraftvektors** entspricht dem Betrag der Kraft.

- 83 ?** Anhand der Darstellung rechts wird gezeigt, wie die **Resultierende** zweier Kräfte berechnet wird, falls diese Kräfte in gleicher oder entgegengesetzter Richtung ziehen.

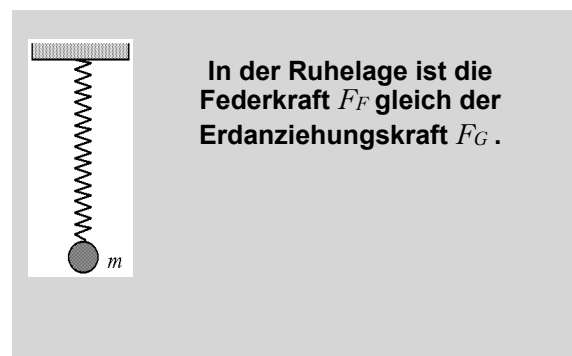
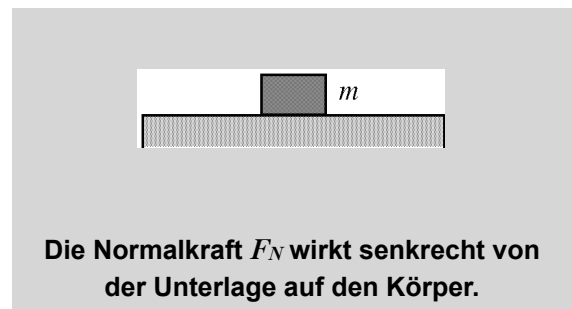
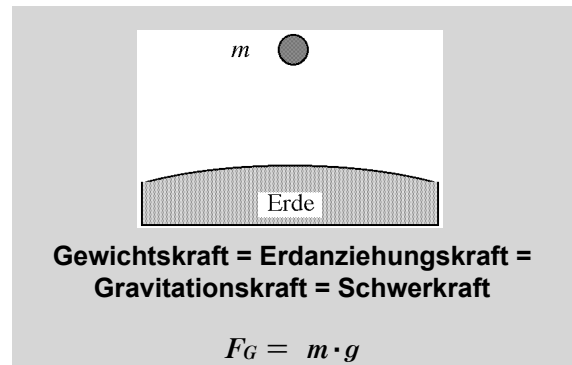
Bestimmen Sie die **resultierende Kraft**.



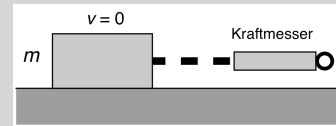
Nun können wir die verschiedenen Kräfte erkennen

- 84** Wir wenden nun die Grundgleichung der Mechanik an um die verschiedenen Kräfte (um uns herum) zu erkennen. Vervollständigen Sie nun die folgenden Beispiele gemäss der Besprechung im Unterricht. Merken Sie sich die **Namen**, mit denen wir bestimmte Kräfte bezeichnen werden.

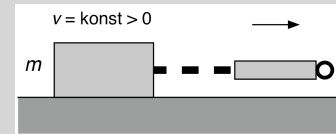
- Ein im leeren Raum frei fallender Körper erfährt die Fallbeschleunigung g . Aus der Grundgleichung der Mechanik folgt $F_{Res} = m \cdot g$. Weil die Erdanziehungskraft die einzige auf den Körper einwirkende Kraft ist, ist sie auch die resultierende Kraft, also $F_{Res} = F_G$.
- Ein in Ruhe auf einer Unterlage liegender Körper erfährt nach wie vor die Erdanziehungskraft. Trotzdem wird er nicht beschleunigt, was bedeutet, dass die resultierende Kraft gleich null ist. Es muss also eine weitere Kraft geben, welche die resultierende Kraft kompensiert. Wir nennen die Kraft von der Unterlage auf den Körper wirkt Normalkraft. Die **Normalkraft** wirkt immer senkrecht zur Unterlage.
- Hängt ein Körper an einer Feder in der Ruhelage, so lässt sich über die am Körper angreifenden Kräfte die gleiche Überlegung machen wie zur vorherigen Situation, nur nennen wir die Kraft, welche die Erdanziehungskraft kompensiert nicht Normalkraft, sondern **Federkraft**.
- Wir kommen zurück zum **Raketenstart** in Aufgabe 57. Wir kennen nun die ungefähre Beschleunigung der Rakete beim Start. Weil auch die Masse der Rakete angegeben ist, wissen wir genug, um mit Hilfe der Grundgleichung die erforderliche **Schubkraft** der Raketenmotoren zu bestimmen. Protokollieren Sie die Berechnung.



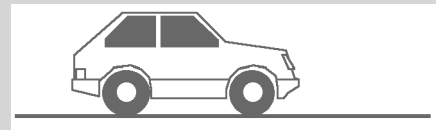
- e) Legen wir einen Körper auf eine horizontale Unterlage und üben in horizontaler Richtung eine Kraft auf diesen aus, so bleibt der Körper an seinem Ort **in Ruhe** liegen, solange die Zugkraft einen gewissen Wert nicht übersteigt. Wir zeichnen alle am Körper angreifenden Kräfte ein und ziehen die nötigen Folgerungen.



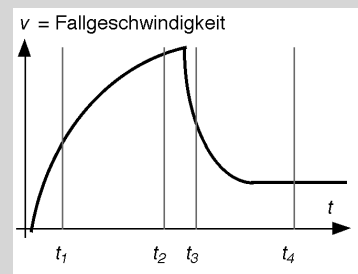
- f) Übersteigt die Zugkraft im Beispiel e) einen gewissen Wert, so wird der Körper aus der Ruhelage beschleunigt und er rutscht. Wenn man nach der Beschleunigungsphase die Zugkraft wieder etwas reduziert, kann man die **Geschwindigkeit konstant** halten. Für diesen Fall zeichnen wir wiederum alle am Körper angreifenden Kräfte ein.



- g) Auch die auf ein Auto wirkenden Kräfte analysieren wir nun für den Fall, dass das **Auto** auf der Autobahn mit **konstanter Geschwindigkeit** fährt.



- h) Rechts ist ein $v-t$ -Diagramm für die Bewegung eines **Fallschirmspringers** abgebildet. Es zeigt die qualitative Entwicklung der Geschwindigkeit im Laufe der Zeit. Es ist das Zusammenspiel von Gewichtskraft und **Luftwiderstandskraft**, welches zu diesem Diagramm führt. Wir studieren die Kräfte speziell für die gekennzeichneten Zeitpunkte.

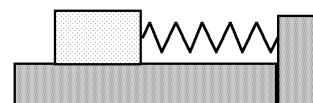


Dynamisch(e) Probleme lösen


- 85** **i** Die folgenden Aufgaben sollen mit der im Kasten beschriebenen Strategie gelöst werden. Beachten Sie, dass die **Skizze** mit den Kraftvektoren "obligatorischer" Bestandteil des Lösungsweges ist, ebenso wie die **formale Lösung**.
- 86** **?** Eine Reihe von **Eisenbahnwagen** von zusammen 500 t Masse soll auf horizontaler Schiene in 1 Minute von der Geschwindigkeit 4 m/s auf 20 m/s gebracht werden. Welche Kraft muss der Zughaken der Lokomotive auf die Wagen übertragen? (Vereinfachung: Vernachlässigung der Reibungskraft.)
- 87** **?** Eine **Trampolinspringerin** mit 50 kg Masse erfährt durch das Sprungtuch in einem bestimmten Moment eine vertikale Beschleunigung von 2.7 m/s^2 . Wie gross ist die Kraft, welche das Sprungtuch dabei auf sie ausübt?
- 88** **?** **Die andere Art, einen Körper zu wägen**": Um die Masse eines Wagens zu bestimmen, wird dieser mit einer genau bekannten Kraft gleichmässig beschleunigt. Die Beschleunigung wird aus der Geschwindigkeitszunahme und der dafür benötigten Zeit bestimmt. Berechnen Sie die Masse aus den Werten für die resultierende Kraft (521 N) (resultierende Kraft = Zugkraft – Reibungskraft), die Geschwindigkeitszunahme (25 m/s) und für die Beschleunigungszeit (8 s).
- 89** **?** Bestimmen Sie die **Gleitreibungskraft**, welche ein Schlitten der Masse 100 kg erfährt, welcher innerhalb von 4 Sekunden vom Stillstand auf die Geschwindigkeit 3 m/s beschleunigt wird, indem mit einer Kraft von 80 N daran gezogen wird.
- 90** **?** Sie erinnern sich an unser **Spielzeugauto**, von dem wir Videoaufnahmen gemacht haben. In der dritten Aufnahme haben wir eine Bremsbewegung aufgezeichnet. Die Aufnahme hat es uns ermöglicht, die Bremsbeschleunigung zu bestimmen (allerdings mit beschränkter Genauigkeit).
Bestimmen Sie nun auch die als bremsende Kraft wirkende Rollreibungskraft unseres Autos. (Übrigens: Die Masse des Autos beträgt 335 g.)
- 91** **?** Der helle Klotz ist an einer Feder befestigt und liegt ruhend auf einer Tischplatte. Die Feder ist ein wenig gespannt, aber weniger als es der Fall wäre, wenn der Klotz frei an der Feder hängen würde.
Zeichnen Sie sorgfältig alle auf den hellen Klotz **einwirkenden Kräfte** in der Skizze ein und benennen Sie die Kräfte.

Problemlösungs-Strategie

1. Alle auf den Körper einwirkenden **Kräfte (farbig) als Vektoren** in einer **Skizze** einzeichnen.
Vereinfachung: Alle Kraftvektoren am gleichen Punkt ansetzen.
2. **Resultierende Kraft** aus den einwirkenden Kräften bestimmen.
3. **Grundgleichung der Mechanik** verwenden, um je nach Problemstellung ...
 - 3a. ... aus der resultierenden Kraft die **Beschleunigung** zu berechnen und daraus dann den gesuchten **Bewegungsablauf**.
 - 3b. ... aus der Kenntnis von Beschleunigung und Masse die gesuchten **Kräfte** zu berechnen.



Zum Üben

- 92 R** Welche Kraft ist erforderlich, um eine Tafel **Schokolade** mit 10 m/s^2 zu beschleunigen?
- 93 R** Wie und wann bekommen Sie die Grundgleichung der Mechanik beim **Tramfahren** am eigenen Leib zu spüren? Wie erleben Sie Ihre Trägheit beim Tramfahren?
- 94 R** Wie gross ist die **beschleunigende Kraft**, resp. Resultierende, eines Wagens von 0.75 t Masse, wenn die Beschleunigung 2.3 m/s^2 beträgt?
- 95 R** Welche Masse hat ein Körper, der bei einer Resultierenden von 3 kN eine Beschleunigung von 56 cm/s^2 erfährt?
- 96 R** Ein Wagen von 1.4 t Masse soll innert 10 Sekunden von der Geschwindigkeit 20 m/s zum Stillstand **abgebremst** werden. Welche Bremskraft wird dazu benötigt?
- 97 R** Ein **Raketenwagen** ($m = 560 \text{ kg}$) soll auf horizontaler reibungsfreier Unterlage eine Beschleunigung von 20 m/s^2 erhalten. Welche Schubkraft ist erforderlich? Welche Schubkraft ist erforderlich, wenn eben doch eine Reibungskraft (Luft- und Rollreibung) von 210 N gegeben ist?
- 98 R** **Spielzeugauto**: Wir haben festgestellt, dass das aus dem Stillstand startende Auto in 1.2 s etwa 85 cm Weg zurücklegt. In Aufgabe **78** haben wir auch die Reibungskraft abgeschätzt. Bestimmen Sie die **mittlere Motor-kraft**, indem Sie von der vereinfachenden Annahme ausgehen, dass die Beschleunigung gleichmässig sei.
- 99 R** Viele einfache **Probleme der Mechanik** sind nach folgendem Muster aufgebaut:
1. Es ist ein Körper mit bekannter Masse vorgegeben.
 2. Die auf diesen Körper einwirkenden Kräfte sind ebenfalls bekannt oder können aus dem Ort des Körpers berechnet werden.
 3. Die zukünftige Bewegung des Körpers soll aufgrund des momentanen Zustandes berechnet werden.
- Beschreiben Sie stichwortartig das Rezept, nach welchem Sie beim **Lösen** solcher Probleme vorgehen.
- 100**  Halten Sie unter dieser Nummer die **Ergänzungen** fest, die wir im Unterricht zu diesem Kapitel (vielleicht) gemacht haben.

- Wir haben keine Ergänzungen gemacht.
- Ja, wir haben Ergänzungen vorgenommen, nämlich: