6. Kondensator: Auf- und -Entladung mit Computer erfasst

Einleitung

1 Das Erfassen von Messdaten in langen Messreihen kann eine mühsame und ermüdende Arbeit sein. Durch die modernen Technologien können wir uns diese Arbeiten abnehmen lassen. Diese Technologien ermöglichen es zudem auch, schnelle Vorgänge zu erfassen. Sie sollen in diesem Praktikum ein weiteres Mal sehen, wie man computerunterstützt zu Messreihen kommen kann. Es liegt auf der Hand, dass die so erfassten Daten am besten auch mit dem Computer ausgewertet werden. Zu diesem Zweck werden Sie die Messdaten in Excel weiter bearbeiten und graphisch darstellen.

Bei der Gelegenheit dieses Praktikums werden Sie sich die Exponentialfunktion wider in Erinnerung rufen müssen, damit Sie für die erfassten Entladungen die Halbwertszeiten berechnen können. Siehe dazu Anhang 3.

Am Ende des Praktikums ist Ihnen ebenfalls klar, warum die logarithmische Skala eine besondere Bedeutung hat.

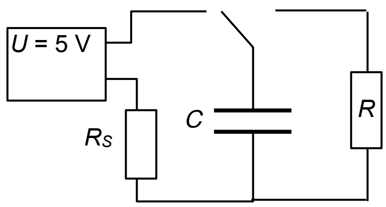
Material

1 Computer mit den Programmen
LoggerPro
Excel
1 Interface LabPro
2 Spannungs-Sensoren
1 Netzgerät
1 Schaltkreis Kondensator-Auf- und -Entladung
(Elektrolyt-) Kondensator mit
C = 100 µF oder 470 µF
Widerstände
Umschalter

Kondensator auf- und entladen

2 Eine detaillierte Beschreibung der Versuchsanordnung wird Als Anhang 1 beigelegt. Studieren Sie diese zuerst.

3 Sie erfassen mit verschiedenen Widerständen **zwei Lade- und zwei Entladevorgänge** (Widerstandswerte notieren), indem Sie die Spannungen über dem Kondensator messen, und speichern diese im vorbereiteten Ordner auf dem Laufwerk *Daten* sowohl als LoggerPro-Datei, als auch als Excel-Datei ab.



Ergebnis, Bericht

4 Pro Gruppe werden Sie mir eine Excel-Mappe per Email schicken. Die Mappe enthält ein Blatt mit dem im Anhang 2 aufgeführten Aufbau. Dieses Blatt enthält **drei Grafiken**:

Sie stellen je die beiden Messreihen für die Entladung und die Aufladung in einem Diagramm dar ("xy-Punktdiagramm", ohne Verbindungslinien, korrekte Achsenbeschriftungen, korrekte Legende).

Die beiden Entladevorgänge stellen Sie zudem in **logarithmischer Skala** dar und fügen die **exponentielle Trendlinie** mit Funktionsgleichung ein.

Mit den Funktionsgleichungen bestimmen Sie schliesslich die **Halbwertszeiten** für die beiden Entladeprozesse.

Termin für Zusendung der Auswertung in Excel an markus.wey@gymkirchenfeld.ch

Anhang 1: Über Kondensatoren

5 **Kondensatoren** bestehen aus zwei Metallplatten oder dünnen Folien, die elektrisch isoliert eng aufeinander liegen. Diese Platten können **elektrisch geladen** werden, indem von einer Platte Elektronen entfernt und auf der anderen zugeführt werden.

Weil es sich in diesem Versuch um einen elektrischen Vorgang handelt, dessen theoretische Grundlagen im Unterricht noch nicht behandelt wurden, wird auf dieser Seite eine sehr kurze anschauliche Einführung in die Vorgänge am **einfachen Stromkreis** mit einem Kondensator gegeben.

6 Der einfachste mögliche Stromkreis besteht aus einer **Spannungsquelle *U*** (Netzgerät, Batterie), einem **Verbraucher *R*** (Glühlampe, Gerät, Heizdraht, Widerstand) und **Kabeln** aus Metall. (**Bild 1**)

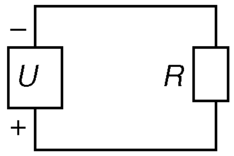


Bild 1

Metalle enthalten **frei bewegliche Leitungselektronen** (elektrisch negativ geladen). Ist ein Verbraucher nicht an einer Spannungsquelle angeschlossen, so sind diese Leitungselektronen gleichmässig verteilt. (**Bild 2**)

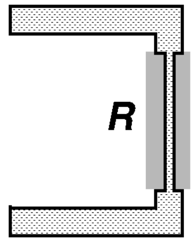


Bild 2

Die **Spannungsquelle** ist eine „**Pumpe**" für die Leitungselektronen. Diese werden beim +Pol hineingezogen und beim –Pol heraus gestossen. Es entsteht dadurch für die Leitungselektronen ein Dichteunterschied. Weil sich die Elektronen gegenseitig abstossen, werden sie nun von der Stelle grösserer Dichte durch den Verbraucher zur Stelle geringerer Dichte gedrückt. Die Grösse des so entstandenen Elektronenflusses wird **Stromstärke** I genannt und mit der Einheit **Ampère (A)** ausgedrückt (**Bild 3**). Mit einem **Ampèremeter** misst man die Stromstärken.

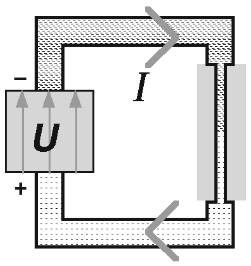


Bild 3

Wie gross I ist, hängt davon ab, wie gut die Elektronen durch den Verbraucher gedrückt werden können. Der Verbraucher stellt also für die Elektronen ein Hindernis dar, dessen Stärke durch die Grösse **Widerstand *R*** ausgedrückt wird. Seine Einheit ist das **Ohm (Ω)**.

Wie gross der Unterschied in der Dichte der Leitungselektronen gemacht werden kann, hängt von der „Stärke" der „Elektronenpumpe" ab. Diese Stärke wird durch die Grösse **Spannung *U*** angegeben, deren Einheit das **Volt (V)** ist. Unter der Spannung U_{AB} zwischen den zwei Stellen A und B eines Stromkreises können wir uns also ein Mass für den Unterschied in der Elektronendichte vorstellen. Mit einem **Voltmeter** werden Spannungen gemessen.

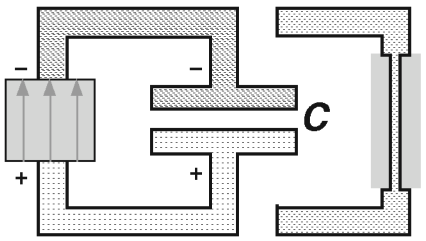


Bild 4

Wird nun ein **Kondensator** an eine Spannungsquelle angeschlossen, wo werden von der einen Platte Elektronen weggenommen und auf der andern Platte zugefügt. Wie stark so die beiden Platten geladen werden, hängt einerseits von der Spannung und andererseits von der Grösse, resp. vom „Fassungsvermögen" der Platten ab.

Dieses „Fassungsvermögen“ heisst **Kapazität *C*** und hat die Einheit **Farad (F)**. (**Bild 4**)

Trennt man den Kondensator von der Spannungsquelle, mit welcher er geladen wurde, so wirkt er nun selber wieder wie eine Spannungsquelle: Verbindet man nämlich die beiden Kondensatorplatten über einen Verbraucher, so fliesst ein Strom. (**Bild 5**)

Der Strom fliesst allerdings nur so lange bis der Kondensator sich entladen, d.h. sich die Elektronendichte auf den Platten wieder ausgeglichen hat. (**Bild 6**)

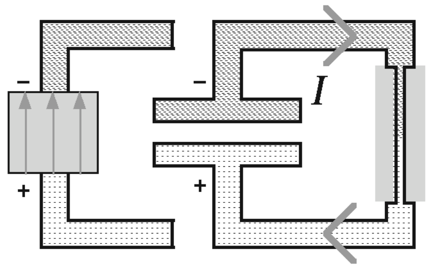


Bild 5

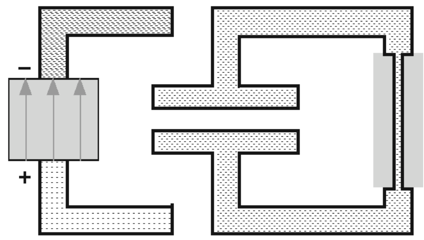
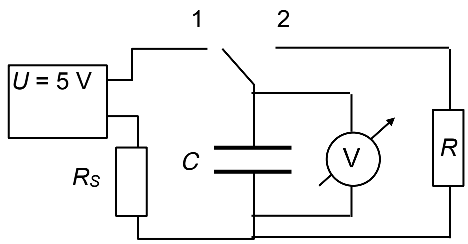


Bild 6

7 Der Kondensator ist das Bauteil mit der Bezeichnung *C*.

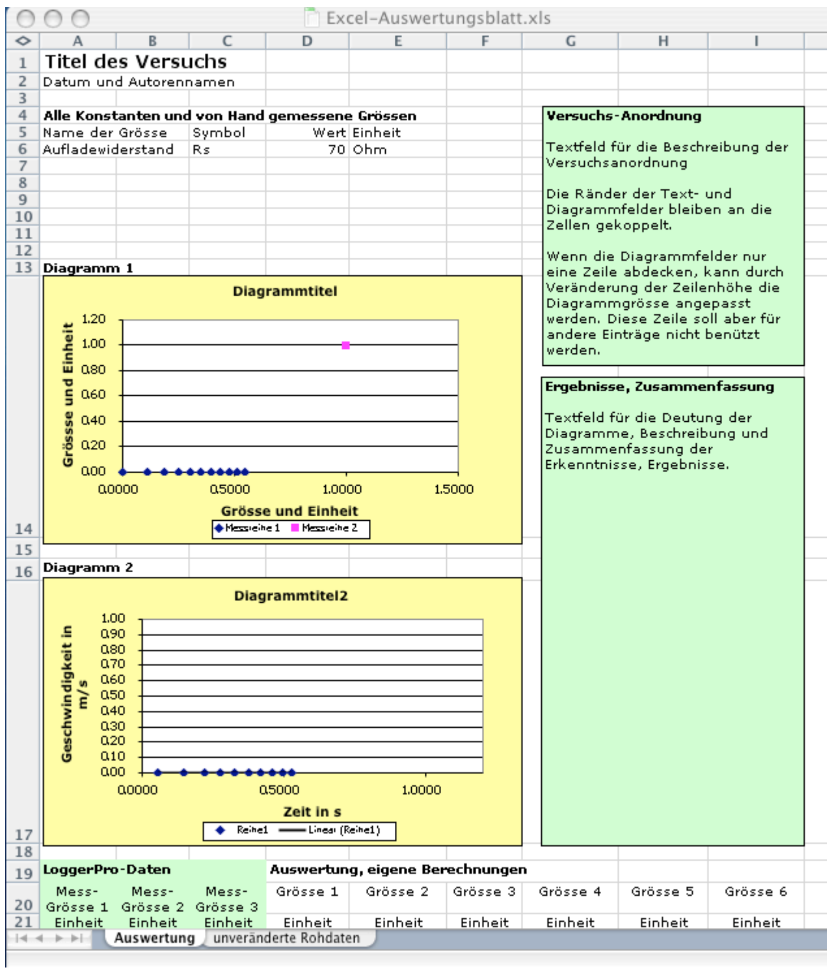
Zum **Aufladen** des Kondensators wird der Schalter in die **Position 1** gebracht. Über den Schutzwiderstand R_S fliesst dann ein Strom so lange, bis der Kondensator aufgeladen ist. Dass schliesslich der Kondensator vollständig aufgeladen ist, werden Sie daran erkennen, dass die vom Voltmeter, resp. von LoggerPro angezeigte Spannung nicht weiter steigt.

Wird der Schalter auf die **Position 2** umgelegt, so fliesst ein **Entladestrom** über den Widerstand *R*. Somit nimmt die Ladung im Kondensator und damit auch die **Spannung** am Kondensator ab.



Anhang 2:
Aufbau der Exceltabelle

Verwenden Sie für die Exceltabelle denselben Aufbau wie im ersten "Logger-Pro-Praktikum" zur Lichtschranke.



Anhang 3: Die Exponentialfunktion

8 Die **Exponentialfunktion** ist von grosser Bedeutung, weil sie in vielen Wissenschaften, die sich mathematischer Methoden bedienen, die Lösung von Problemen darstellt, wenn sich diese mit bestimmten einfachen Modellen beschreiben lassen. Diese Modelle müssen die Eigenschaft haben, dass sie die **aktuelle Veränderung einer Grösse** als **Proportionalität zum aktuellen Wert** beschreiben. Grundsätzlich lassen sich zwei Fälle unterscheiden:

a) **1. Fall:** Eine Grösse nimmt zu und die Zuwachsrate (die Zunahme pro Zeiteinheit) ist proportional zum aktuellen Wert: In diesem Fall resultiert ein **exponentielles Wachstum**; man könnte auch von einer **Explosion** sprechen.

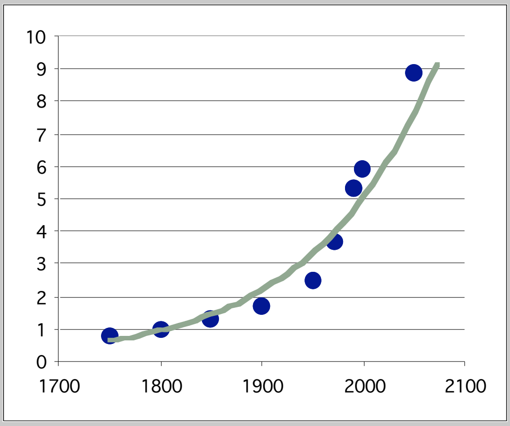
Beispiel: Ist die Differenz zwischen der globalen Geburten– und Sterberate positiv und proportional zur aktuellen Bevölkerungszahl, so nimmt die Weltbevölkerung im Laufe der Zeit exponentiell zu! Die tatsächliche Entwicklung der Weltbevölkerung können Sie dem Kasten rechts entnehmen. In welcher Zeitspanne verdoppelt sich die Weltbevölkerung durchschnittlich (also gemäss der Trendlinie)?

b) **2. Fall:** Eine Grösse nimmt ab und die Abnahme pro Zeiteinheit ist proportional zum aktuellen Wert der Grösse: Es resultiert ein **exponentieller Abfall**.

Beispiel: Falls bei einem mit Wasser gefüllten Gefäss mit einem Ausfluss am Boden die Ausflussmenge pro Zeiteinheit proportional zur aktuellen Füllhöhe ist, so nimmt die Füllhöhe mit der Zeit exponentiell ab. Sie werden in einem der Experimente Gelegenheit haben nachzuprüfen, ob es sich mit der Gefässentleerung tatsächlich so verhält.

c) Dem Beispiel der **Trendlinie** für die Zunahme der Weltbevölkerung können Sie entnehmen, dass die **Verdoppelungszeit** eines exponentiellen Wachstums stets die gleiche ist. Analog ist beim exponentiellen Abfall die Halbierungszeit stets gleich. Man hat dafür den Begriff **Halbwertszeit** geprägt.

Die Entwicklung der Weltbevölkerung



Die Zahlen auf der vertikalen Achse geben die Weltbevölkerung in Milliarden an. Die ausgezogene Linie ist eine **exponentielle Trendlinie**, die möglichst gut zwischen die tatsächlichen Werte eingepasst wurde. Man sieht, wie sich die Schätzung der UNO für das Jahr 2050 an dieser Trendlinie orientiert. Quelle: United Nations, 1973. The Determinants and Consequences of Population Trends, Vol.1 (United Nations, New York). United Nations, (forthcoming). World Population Prospects: The 1998 Revision (United Nations, New York). http://www.xist.org/

Exponentialfunktion und Halbwertszeit

9 Aus dem Mathematikunterricht sollte Ihnen die **Exponentialfunktion**

$$f(x) = e^x$$

bekannt sein. In der Physik (wird wegen deren besonderen math. Eigenschaften) als Basis üblicherweise die **Eulersche Zahl *e* = 2.7182...** gewählt. In den Betrachtungen dieser kleinen Werkstatt aber auch sonst sehr häufig ist die **Zeit** (statt *x*) die Funktionsvariable. Möchte man eine abnehmende Exponentialfunktion beschreiben, so muss der **Exponent** negativ sein. Der **Anfangswert**, d.h. der Wert zur Zeit $t = 0$ wird durch einen konstanten Faktor dargestellt. Damit ergibt sich für eine beliebige zeitabhängige Grösse, die wir provisorisch *Y* nennen können, die Funktion

$$Y(t) = Y_0 \cdot e^{-at} .$$

Der Faktor *a* im Exponenten bestimmt einerseits, wie schnell die Grösse *Y* im Laufe der Zeit abnimmt und macht andererseits aus dem Exponenten eine dimensionslose Grösse (Grösse ohne Einheit).

Wie schnell die Funktion abfällt, wird üblicherweise mit der **Halbwertszeit** angegeben. Die Halbwertszeit hängt mit *a* zusammen. Wie man *a* durch die Halbwertszeit t_h ausdrücken kann, überlegen wir uns nun:

Nach der Halbwertszeit t_h beträgt die Grösse *Y* noch die Hälfte des Wertes Y_0.

$$Y(t_h) = Y_0 \cdot e^{-at_h} = \frac{1}{2} Y_0$$

Die rechte Gleichung kann vereinfacht werden:

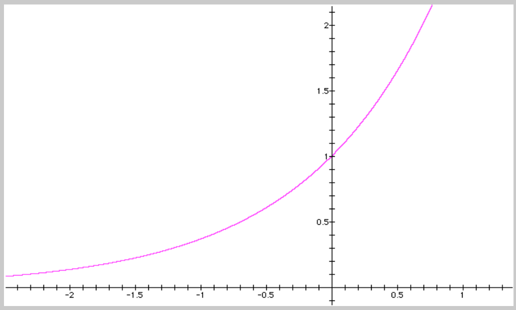
$$\frac{1}{2} = e^{-at_h} .$$

a berechnet man daraus wie folgt:

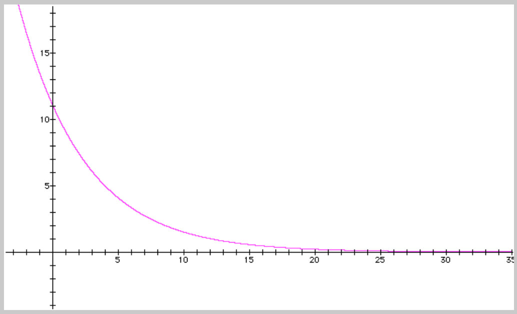
$$\ln\frac{1}{2} = -at_h \ , \quad \text{d.h.} \quad a = -\frac{1}{t_h}\ln\frac{1}{2} = \frac{\ln 2}{t_h}.$$

Schliesslich erhalten wir die Funktion

$$Y(t) = Y_0 \cdot e^{-\frac{\ln 2}{t_h}\cdot t} .$$



$f(x) = e^x$



$Y(t) = Y_0 \cdot e^{-at}$ mit $Y_0 = 11$ und $a = 0.2$

Der exponentielle Abfall einer Grösse *Y* wird beschrieben durch die Funktion

$$Y(t) = Y_0 \cdot e^{-\frac{\ln 2}{t_h} t}$$

Y_0 ist der Wert der Grösse *Y* zur Zeit $t = 0$ s.

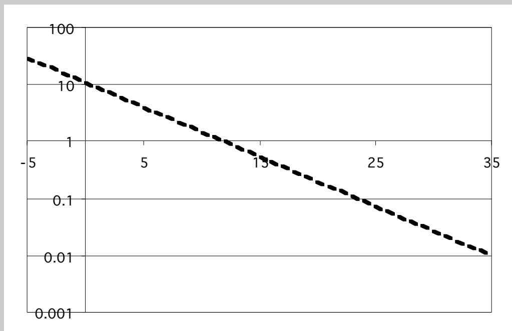
t_h ist die **Halbwertszeit**.

10 Ein praktischer Trick für die Darstellung von Exponentialfunktionen ergibt sich aus dem **natürlichen Logarithmus** der obigen Gleichung:

$$g(t) = \ln Y = \ln Y_0 - \frac{\ln 2}{t_h} \cdot t$$

Die so konstruierte Funktion *g(t)* ist nichts anderes als eine Geradengleichung mit dem *y*–Achsen–Abschnitt: $\ln Y_0$ und der Steigung $-\ln 2/t_h$. Auf Papier mit **logarithmischem Raster** kann eine Exponentialfunktion ohne weitere Umrechnung direkt als Gerade dargestellt werden.

Dies ist für die Datenanalyse von praktischer Bedeutung (siehe Kasten rechts): Um herauszufinden, ob die zeitliche Änderung einer Grösse exponentiell erfolgt, genügt es zu überprüfen, ob die Messwerte auf logarithmischer Skala aufgezeichnet im Rahmen der Messgenauigkeit



Die Funktion $Y(t) = Y_0 \cdot e^{-at}$ mit $Y_0 = 11$ und $a = 0.2$ in logarithmischer Skala dargestellt.

Nur wenn die Messwerte einer Grösse im logarithmischen Raster auf einer Geraden liegen, kann die Entwicklung dieser Grösse durch eine Exponentialfunktion beschrieben werden.