

Dal Quark al Quasar

Pensieri di Fisica, sulla Natura e sull'Universo

Interferenza e diffrazione

Mercoledì 1° febbraio 2006

Caro Amico,

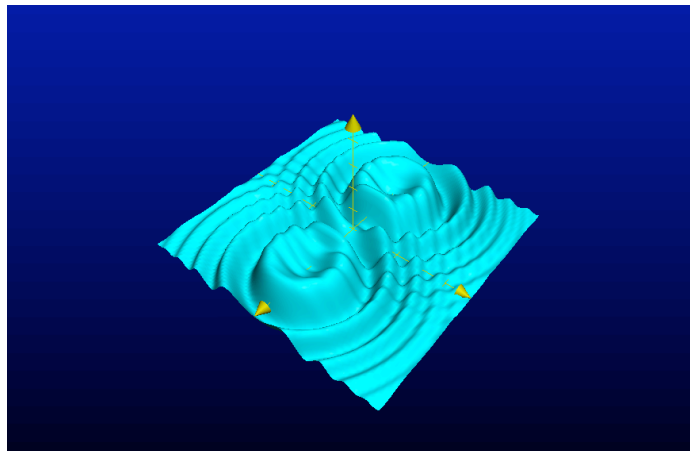
È giunto il momento di occuparci di nuovo di un argomento che avevamo appena accennato tempo fa, quello che dà il titolo all'epistola di oggi. Adesso che stiamo affrontando in maniera più sistematica l'argomento delle onde elettromagnetiche in generale, e della luce in particolare, possiamo infatti affrontare con più serenità il tema, ed inquadrarlo in maniera più sistematica. Quanto diremo sarà riferito alla luce visibile, ma come abbiamo già avuto modo di dire non c'è differenza alcuna tra essa e qualunque altra onda elettromagnetica, dalle onde radio alle radiazioni X o γ generate da lontanissime esplosioni stellari.

Un'onda elettromagnetica, come abbiamo visto, è una variazione periodica nel tempo dei valori di campo elettrico e magnetico nello spazio, causata da un qualche fenomeno come ad esempio il movimento oscillatorio di una carica elettrica. Ci sono altri modi per produrre un'onda elettromagnetica, ma ce ne occuperemo in futuro. Matematicamente, un'onda elettromagnetica è la soluzione di una certa equazione differenziale che deriva a partire dalle *equazioni di Maxwell*, che descrivono nella loro pienezza tutti i fenomeni elettromagnetici; di esse ci occuperemo in un'altra occasione. Quello che ci preme dire oggi è che esse, anche se ancora non le scriviamo nemmeno, sono equazioni *lineari* (per lo meno nel vuoto, ovvero se l'onda elettromagnetica è destinata a propagarsi in uno spazio privo di materia, per lo meno in prima approssimazione). La linearità di un'equazione differenziale è una proprietà matematica che dà luogo ad un interessante fenomeno: se A e B sono due soluzioni di un'equazione differenziale lineare, una qualunque *combinazione lineare* di A e B , ovvero un'espressione del tipo $\alpha A + \beta B$, con α e β numeri reali qualunque, è ancora una soluzione della medesima equazione differenziale. Questo fatto è assolutamente eccezionale, e i problemi fisici che possono vantare equazioni lineari godono di una proprietà formidabile che va sotto il nome generico di *principio di sovrapposizione*, per via del fatto che, intuitivamente, più soluzioni della medesima equazione possono essere *sovrapposte* (ovvero sommate con qualche coefficiente) per comporre quella che, pur essendo più complicata, è ancora una soluzione dello stesso problema. Questa proprietà caratterizza svariate classi di problemi, come quelli che abbiamo affrontato insieme parlando di Meccanica Quantistica, come quelli che affrontiamo ora parlando di onde elettromagnetiche, e molti altri ancora; ma non sempre la linearità delle equazioni descrittive del problema può essere preservata, e quando essa cade succedono cose veramente spettacolari, come avremo modo di vedere parlando, in futuro, di determinismo e caos. Ma stiamo divagando.

La linearità delle equazioni di cui le onde elettromagnetiche sono soluzioni assicura matematicamente la liceità di un'operazione che ci sembra scontata, ma che naturalmente deve essere supportata dalla teoria: la possibilità di *sommare* due onde elettromagnetiche generate ad esempio da due sorgenti diverse, che si trovano in punti diversi dello spazio. Dobbiamo però definire meglio che cosa intendiamo con questa somma. Un'onda elettromagnetica è una particolare configurazione dei campi elettrico e magnetico nello spazio, che si propaga nel tempo con una certa legge. Due onde elettromagnetiche generate in due punti diversi dallo spazio si sommeranno allora componendo vettorialmente, punto per punto dello spazio, e istante per istante nel tempo, i vettori campo elettrico e campo magnetico di competenza di ognuna delle due onde elettromagnetiche. Esse mantengono la propria identità ed individualità: generate ognuna dalla sua sorgente, si incontreranno in certi punti dello spazio, ove i loro campi elettrico e magnetico si comporranno vettorialmente, ma continueranno a propagarsi ognuna per conto proprio *come se l'altra onda elettromagnetica non esistesse*, in virtù della linearità dell'equazione differenziale che descrive il problema. Il processo che, nei punti dello spazio in cui le due onde elettromagnetiche si incontrano, determina la composizione vettoriale, istante per istante e punto per punto, dei loro campi elettrico e magnetico prende il nome di *interferenza*.

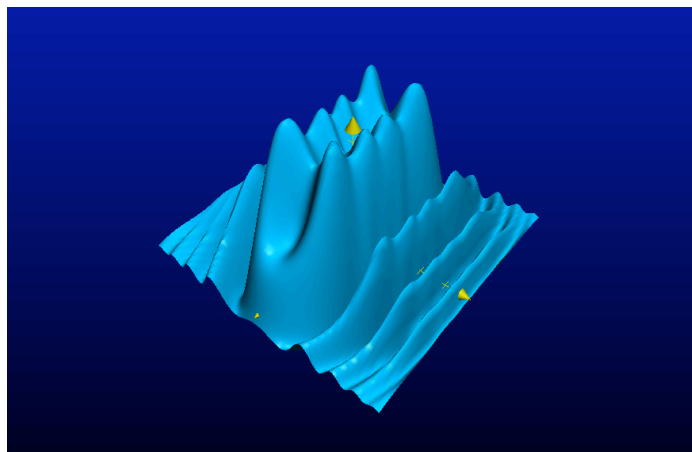
È un fenomeno che conosciamo bene tramite esempi che ci vengono dalle onde meccaniche, ad esempio quelle generate da un sasso gettato in uno stagno. Abbiamo esperienza del fatto che se facciamo cadere in acqua due sassi in due punti distinti, onde trasversali circolari inizieranno a propagarsi sulla superficie dello stagno a partire dai due punti in cui i due sassi sono entrati in acqua. Queste onde si incontreranno *interferendo* l'una con l'altra; a differenza di quanto il termine sembra indicare, *interferire* non vuol dire

che si ostacolano a vicenda, infatti possiamo osservare distintamente ognuna delle due onde proseguire indisturbata nella sua propagazione, come se l'altra onda non esistesse. Però nei punti in cui le due onde si incontrano, le loro ampiezze si sommano, generando creste alte e valli profonde là dove si incontrano *in fase*, e annullandosi là dove si incontrano *in opposizione di fase*. Possiamo usare la medesima rappresentazione nel caso di onde elettromagnetiche, nel caso ad esempio di onde sferiche, che nella figura qui di fianco rappresentiamo sotto forma delle oscillazioni spaziali del campo elettrico in uno degli infiniti piani in cui giacciono *entrambe* le sorgenti di onde sferiche. L'illustrazione, che mi pare efficace, mostra chiaramente l'effetto dell'interferenza, e l'immagine da sola forse riassume molto meglio delle mie molte parole quanto abbiamo precedentemente commentato.



Il meccanismo dell'interferenza è responsabile di un fenomeno spettacolare che sta alla base di buona parte dei fenomeni ottici con cui conviviamo quotidianamente. Per comprenderlo dobbiamo fare un passo indietro, a quando, nella nostra epistola scorsa, abbiamo commentato il fatto che un caso importante di onda elettromagnetica è quella cosiddetta *piana*, ovvero i cui fronti d'onda anziché essere sferici sono per l'appunto piani. Abbiamo anche detto che un'onda piana è spesso un'ottima approssimazione *locale* di un'onda sferica, quando a distanza sufficientemente grande dalla sorgente possiamo approssimare il fronte d'onda sferico con un fronte d'onda nel piano tangente al punto dello spazio che esaminiamo; è una situazione analoga a quella che ci porta ad approssimare, se non spingiamo il nostro sguardo troppo verso l'orizzonte, la superficie sferica della nostra Terra con una superficie piana.

Tuttavia un'altra circostanza in cui prendono forma onde elettromagnetiche piane si manifesta nel caso in cui le sorgenti di queste onde elettromagnetiche, anziché essere *puntiformi* (come è stato fino ad ora in tutti i nostri esempi di onde sferiche), siano *estese*, ad esempio lungo una linea.



mostra un caso concreto in cui un numero finito di sorgenti sono distribuite a distanza reciproca uniforme lungo un segmento. Il fatto che siano in numero finito (e non infinito) a distanza finita (e non infinitesima) procura ben visibili fenomeni di interferenza sui fronti d'onda, ma non nasconde il fenomeno principale: l'*interferenza* tra numerose sorgenti di onde sferiche in posizione ravvicinata (ovvero a distanza inferiore rispetto alla lunghezza dell'onda che generano) disposte lungo una linea produce una *figura di interferenza* che ha l'aspetto di un'onda *piana*; anzi, è un'onda piana, in quanto, per via

della linearità delle equazioni di cui ogni onda sferica che entra nel fenomeno è soluzione, la somma di tutte queste onde sferiche è ancora una soluzione della medesima equazione che descrive il fenomeno fisico in questione, ed è quindi a tutti gli effetti un'onda piana. Questa affermazione è vera rigorosamente per infinite sorgenti di onde sferiche a distanza infinitesima l'una dall'altra poste lungo una retta infinita, ma è approssimativamente vera, come si vede dalla figura, anche in casi molto meno ideali.

L'importanza, nei fenomeni ottici, delle onde piane sarà oggetto di discussione in una prossima epistola. Il fatto importante, in questo momento, è quello che ora ribadiamo ancora: la *combinazione lineare* (ad esempio la somma) di onde elettromagnetiche è *ancora* un'onda elettromagnetica, in virtù della linearità dell'equazione che descrive il fenomeno. Questa affermazione può allora essere ribaltata: *un'onda elet-*

tromagnetica, di qualunque tipo essa sia (sferica, piana, o altro), può essere descritta come la combinazione lineare (ad esempio la somma) di infinite onde elettromagnetiche di qualunque tipo (ad esempio sferiche). È come dire: ogni volta che ho un'onda piana, o anche un'onda sferica (per continuare a limitare la discussione ai due casi che abbiamo citato fino ad ora), posso sempre immaginare che essa sia costituita da infinite onde elettromagnetiche (tipicamente sferiche, per comodità matematica, perché sono generate da sorgenti puntiformi) che *interferiscono tra di loro*.

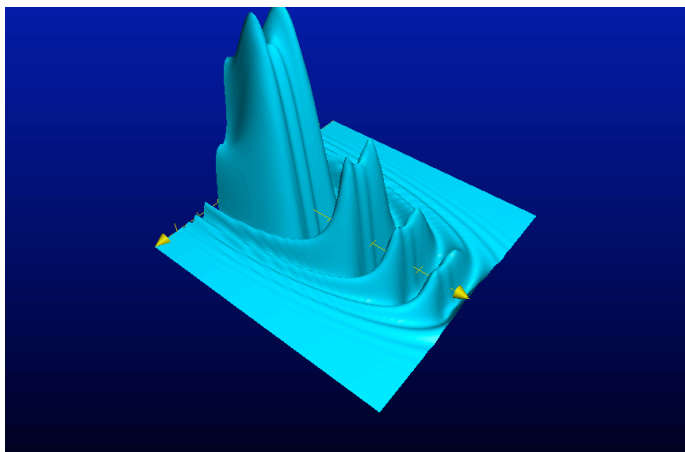
È sulla base di questa considerazione che possiamo cercare di interpretare il fenomeno della *diffrazione*.

Immaginiamo di avere un'onda elettromagnetica piana. Essa si propaga nello spazio, e ad un certo punto incontra uno schermo posto su un piano ortogonale alla direzione di propagazione dell'onda; questo, naturalmente, vuol dire che l'onda incide perpendicolarmente al piano dello schermo. Su di esso è praticata una fenditura. Non poniamo per il momento vincoli particolari alle dimensioni di questa fenditura. Chiediamoci piuttosto che effetti essa avrà sull'onda elettromagnetica incidente.

È abbastanza intuitivo il fatto che in tutti i punti il cui lo schermo è pieno l'onda elettromagnetica non sarà in grado di attraversarlo: in ognuno di questi punti, infatti l'onda elettromagnetica sarà in qualche modo assorbita o riflessa dallo schermo, ma non passerà oltre. Ben diverso è il caso dei punti del fronte d'onda che si trovano in corrispondenza della fenditura. Che cosa succede in questi casi?

Come dicevamo, possiamo immaginare che *ogni punto* del fronte d'onda di un'onda elettromagnetica sia in realtà una *sorgente di onde sferiche*; siccome un fronte d'onda è costituito da infiniti punti, avremo infinite sorgenti di onde sferiche che interferiranno tra di loro; come abbiamo visto poco prima, un numero elevato (addirittura tendente ad infinito) di sorgenti sferiche poste lungo una linea generano, per interferenza, fronti d'onda piani. Ed ecco che la modellizzazione, astratta invero, del fronte dell'onda piana come composto da infinite sorgenti di onde sferiche prende un senso: il loro effetto risultante, infatti, sarà generare un altro fronte d'onda piano, un po' più in là, riproducendo pertanto il comportamento propagativo dell'onda piana originaria. Insomma, è un trucchetto matematico che apparentemente complica la descrizione del fenomeno, ma che non ne modifica l'aspetto globale: un fronte d'onda di un'onda piana si propaga nello spazio, rimanendo piano.

Solo che questo modellino matematico apparentemente complicato ci giunge molto comodo per capire che cosa succede alla nostra onda elettromagnetica piana quando giunge sullo schermo dotato di una fenditura. Tutti i punti del fronte d'onda, infatti, saranno modellizzabili come sorgenti di onde sferiche, ma solo quelle generate dai punti in corrispondenza della fenditura potranno propagarsi al di là dello schermo. Qual è la figura di interferenza risultante? Essa è rappresentata, in un caso approssimato, nella figura qui di fianco. L'onda elettromagnetica piana *prima* dello schermo non è rappresentata, mentre la presenza della fenditura dovrebbe apparire evidente dal grafico che mostra i fronti dell'onda che si propaga al di là di esso. Qual è l'aspetto interessante di questo grafico? Se guardiamo il profilo dei fronti d'onda notiamo due caratteristiche interessanti:



- in corrispondenza della regione centrale della fenditura, i fronti d'onda sono piani: l'onda elettromagnetica che in origine era piana si propaga con fronti d'onda piani anche al di là dello schermo, ma *solo* nella regione centrale della fenditura;
- in corrispondenza dei bordi della fenditura il fronte d'onda si deforma, curvandosi, perché le sorgenti di onde sferiche poste in prossimità dei bordi della fenditura non possono più contare sull'interferenza generata dalle altre sorgenti che non possono emettere le loro onde sferiche al di là dello schermo; il fronte d'onda perde allora la sua planarità, e si curva "illuminando" anche la regione di spazio che dovrebbe essere "in ombra". Questo fenomeno è detto, per l'appunto, *diffrazione*.

Affinché l'effetto sia evidente, occorre che la fenditura abbia dimensioni geometriche confrontabili rispetto alla lunghezza d'onda dell'onda incidente, o al limite più piccole; questo perché, se la condizione opposta è invece verificata, il fenomeno della diffrazione continua a verificarsi, ma è mascherato dal fatto che, avvenendo solo ai bordi della fenditura, non riguarda la maggior parte del fronte d'onda dell'onda incidente. Il caso più evidente è la stanza illuminata con la porta aperta; nella stanza di fianco, lasciata al buio, vedremo sul pavimento e sul muro la sagoma del vano della porta, con contorni netti, senza diffrazione; perché, come ricorderai, le lunghezze d'onda della luce visibile sono molti ordini di grandezza più piccole rispetto alle dimensioni del vano della porta (che può essere pensata come una fenditura in uno schermo opaco, il muro). Ben diverso è il caso di fenditure di dimensioni confrontabili con la lunghezza d'onda della luce, come quello schematizzato nella figura che abbiamo appena discusso, e in cui il fenomeno della diffrazione si fa subito evidente.

Un bel modo per osservare, sperimentalmente, il fenomeno della diffrazione è quello di porre, al di là dello schermo con la fenditura, una lastra fotografica *piana*. Essa non avrà più la stessa forma dei fronti d'onda (che, come dicevamo, hanno perso la loro planarità), quindi verrà colpita dall'onda elettromagnetica *diffratta* in maniera *non isocrona*: ovvero, ad ogni istante di tempo giungeranno sulla lastra fotografica punti di fronti d'onda che sono stati "emessi" dalla fenditura ad istanti differenti (un punto di un fronte d'onda che, trovandosi in prossimità del bordo della fenditura, si propaga diagonalmente tra lo schermo e la lastra fotografica giungerà sulla lastra stessa più tardi rispetto ad un punto del fronte d'onda che, trovandosi al centro della fenditura, ha continuato a propagarsi perpendicolarmente allo schermo e alla lastra, per il semplice fatto che deve percorrere più strada). Ripetendo il giochetto di considerare ogni punto di ogni fronte d'onda come una sorgente di onde sferiche, e con un'arzigogolata costruzione geometrica (che non ti propongo), o con qualche calcolo non troppo impegnativo, si può determinare l'aspetto della figura di *interferenza* generata da queste sorgenti sulla lastra fotografica *piana*. Ma ormai lo sai già: il suo aspetto è quello degli *anelli di interferenza* di cui abbiamo già parlato, seppur in un contesto molto diverso, discutendo dell'esperimento di Davisson e Germer!

Un'ultima nota, per concludere: se questi fenomeni di interferenza e diffrazione sono così importanti e così spettacolari, se riguardano tutte le onde elettromagnetiche e quindi anche quelle che costituiscono la luce visibile, come mai non siamo sopraffatti, quotidianamente, dall'osservazione di questi fenomeni? C'è senz'altro un problema di dimensioni (gli oggetti con cui abbiamo abitualmente a che fare sono di dimensioni molto più grandi rispetto alla lunghezza d'onda della luce visibile, e quindi i fenomeni di diffrazione sono *in genere* trascurabili), ma anche un problema di *coerenza*: non l'abbiamo mai detto in tutta questa epistola, ma quando consideriamo una sorgente luminosa *lineare* (ad esempio un fronte d'onda di un'onda piana) stiamo implicitamente dicendo che tutte le sorgenti puntiformi di onde sferiche in cui possiamo immaginare di poter scomporre la nostra sorgente lineare siano *coerenti*, ovvero emettano onde elettromagnetiche *alla stessa frequenza e rigorosamente in fase*. Questo purtroppo non è vero per la quasi totalità delle sorgenti luminose con cui abbiamo a che fare abitualmente: ad esempio, una lampada al neon (che a grande distanza da essa può essere approssimata come una sorgente luminosa lineare, in virtù della sua forma tubolare), idealmente di lunghezza infinita, non è una sorgente coerente, perché ogni atomo del gas che, diseccitandosi, emette luce, lo fa per conto proprio con le modalità che più piacciono a lui: non c'è *coerenza* tra la luce emessa da un atomo e da tutti gli altri. Ma come si possa generare luce, coerente ed incoerente, è un'altra (lunga ed affascinante) storia, di cui ci occuperemo in futuro.

A presto,

Marco