

# アクチュエータ系ダイナミクスを考慮した ロボットの軌道追従フィードバック階層制御

全 珍 雨\*<sup>1</sup> 川 村 貞 夫\*<sup>1</sup> 金 岡 克 弥\*<sup>1</sup> 櫛 弘 明\*<sup>2</sup>

## A Cascaded Feedback Control Scheme for Trajectory Tracking of Robot Manipulator Systems WITH Actuator Dynamics

Jinwoo Jun\*<sup>1</sup>, Sadao Kawamura\*<sup>1</sup>, Katsuya Kanaoka\*<sup>1</sup> and Hiroaki Ichii\*<sup>2</sup>

In the case of control for nonlinear mechanical systems, which have complex actuator dynamics, the total system becomes high-order and nonlinear. Generally speaking, it is not easy to tune feedback gains for state feedback. In this paper, we propose a feedback control scheme for motion control of nonlinear high-order systems. We prove that the proposed scheme can improve the trajectory tracking performance of a robot manipulator system with actuator dynamics. Moreover, some simulation results demonstrate the effectiveness of the proposed control scheme.

**Key Words:** Actuator Dynamics, Nonlinear, High-order Systems, Cascaded Feedback, Real-time Trajectory Tracking

### 1. はじめに

近年、各種のアクチュエータが開発され、それらの特徴を考慮して機械システム制御へ応用される。その際、各種のアクチュエータでは、必ずしも駆動系のダイナミクスが無視できない場合がある。空気圧駆動システム [1]、形状記憶合金アクチュエータシステム [2]、スラスタ駆動水中ロボット [3]、柔軟関節を持つロボットマニピュレータ [4] などがその例である。これらの共通点は、アクチュエータ系の出力が、機械システム系への入力となっていることである。結果的に全体のシステムが高次系になり、フィードバック制御において、ゲインの設定によっては不安定となることはよく知られている。さらに、多くの場合、アクチュエータ系のダイナミクスは非線形特性を有しており、通常の線形システム制御では対応し難い場合も多い。

上記と同じ観点から、一般のロボットなどの機械システムに時間関数などで設定された目標軌道を高精度に追従させる問題においてフィードフォワード入力だけに頼らず、フィードバック入力で可能な限り不安定とならないように追従させるということは、ダイナミクスのパラメータが未知の場合、実用的メリットが大きい。

そこで本論文では、このようなアクチュエータ系ダイナミク

スを考慮したロボットの制御で、軌道追従をフィードバック制御で実現し、安定性を保証しながら、フィードバックゲインの増加とともに軌道追従誤差を小さくできる方式を提案する。ただし、センサや信号処理の信頼性の問題点から、ロボットの制御の状態量としては、位置と速度信号のみを利用する。ロボットの軌道追従制御は、線形 PD フィードバックによって、フィードバックゲインを増加させることによって、軌道追従精度が向上することがいくつかの論文によって示されている [6] [7]。そこで、ロボットシステムには、この制御入力を構成し、ロボットへ与えるフィードバック入力値量をアクチュエータの目標値とする。次に、このようにして作られたアクチュエータの目標値に対して、フィードバック入力を構成して、アクチュエータへの入力とする。すなわち、階層的にフィードバック入力を連結させた構造となっており、アクチュエータ系のフィードバックが、理想的に目標値を実現すれば、ロボットへの PD フィードバック制御を達成していることになる。

このような前段のダイナミクスの目標値を後段のダイナミクスの状態フィードバックで与える手法は、空気圧駆動システムの位置決め制御 [1]、柔軟関節を有するロボットマニピュレータ [4]、水中ロボットの軌道制御 [3] などで報告されている。ただし、空気圧駆動では位置決め安定性のみを議論している。また、柔軟関節ロボットと水中ロボットでは、適応制御によってフィードフォワード入力を形成することに主目的があり、フィードバック制御のゲインの調整などに関しては触れられていない。

本論文では、アクチュエータ系ダイナミクスが 1 次遅れ系の非線形システムで表現されるモデルを考える。空気の圧縮性ダ

原稿受付 2006 年 7 月 29 日

\*<sup>1</sup>立命館大学理工学部ロボティクス学科

\*<sup>2</sup>奈良工業高等専門学校

\*<sup>1</sup>Department of Robotics, the faculty of science and technology, Ritsumeikan University

\*<sup>2</sup>Nara National College of Technology

イナミクス [1], 形状記憶合金ダイナミクス [2] など非線形性を有し, 1 次遅れ系で近似される場合が多いからである. そこで, 1 階の非線形微分方程式でアクチュエータダイナミクスが表現され, ロボットダイナミクスの入力トルクが発生する場合を議論する. 2 章では, アクチュエータダイナミクスとロボットマニピュレータダイナミクスについて説明し, 階層的フィードバック制御を述べる. 次に 3 章において, 軌道追従性の証明を行う. 4 章では, 目標値が時間的に変化しない一定値となった場合の, 安定性やその他の性質について論じる. 最後に 5 章では, 空気圧駆動システムの場合, 空気圧のダイナミクスに対して, 本論文で提案する手法が適用可能であることを示す. また, いくつかの代表的なシミュレーション結果を示し, 提案手法の有効性を示す.

## 2. 対象ダイナミクス

ロボットダイナミクスを次式に与える.

$$\mathbf{R}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \left[ \mathbf{B}_0 + \frac{1}{2}\dot{\mathbf{R}}(\mathbf{q}) + \mathbf{S}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \right] \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau} \quad (1)$$

ここに,  $\boldsymbol{\tau}$  は関節駆動トルクベクトル,  $\mathbf{q}$  は関節角度ベクトル ( $n \times 1$ ),  $\mathbf{R}(\mathbf{q})$  は慣性行列,  $\mathbf{B}_0$  はロボット関節の粘性行列,  $\mathbf{S}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$  は遠心・コリオリ力を表す.

このロボットダイナミクスに対して, ロボットの目標軌道,  $\mathbf{q}_d(t)$  が時間,  $t \geq 0$  において以下のように与えられるとする.

- (1)  $\mathbf{q}_d(t) \in C^2$  ( $\mathbf{q}_d(t)$  の 2 階微分が連続),
- (2)  $q_{di}(0) = \dot{q}_{di}(0) = 0$ ,
- (3)  $\ddot{q}_{di}(0) = \dot{\ddot{q}}_{di}(0) = 0, t \geq T_f$ .

ただし,  $q_{di}$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) は  $\mathbf{q}$  の各要素である. すなわち,  $0 \leq t \leq T_f$  において運動が発生し,  $t \geq T_f$  において一定値となる. 次にアクチュエータダイナミクスを次式のようにモデル化する.

$$\dot{\boldsymbol{\tau}} + \mathbf{A}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\boldsymbol{\tau} = \mathbf{D}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \boldsymbol{\tau})\mathbf{u} \quad (2)$$

とする. ただし,  $\mathbf{u}$  はアクチュエータへの入力ベクトル ( $n \times 1$ ),  $\mathbf{A}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ ,  $\mathbf{D}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \boldsymbol{\tau})$  は非線形の係数行列であり, 以下の条件を満足するものとする.

[条件 1] 任意の  $\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2$  に対して, 適当な大きさの定数  $c_1, c_2$  が存在し, 任意の時刻 ( $t \geq 0$ ) において以下の不等式を満足する.

$$\begin{aligned} & \|\mathbf{A}(\mathbf{q}_1, \dot{\mathbf{q}}_1) - \mathbf{A}(\mathbf{q}_2, \dot{\mathbf{q}}_2)\| \\ & \leq c_1 \|\mathbf{q}_1(t) - \mathbf{q}_2(t)\| + c_2 \|\dot{\mathbf{q}}_1(t) - \dot{\mathbf{q}}_2(t)\| \end{aligned} \quad (3)$$

[条件 2] 目標軌道  $\mathbf{q}_d(t)$  に対して, 適当な正数  $c_3$  によって

$$\|\mathbf{A}(\mathbf{q}_d, \dot{\mathbf{q}}_d)\| \leq c_3 \quad (4)$$

[条件 3] 適当な関数行列  $\mathbf{H}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \boldsymbol{\tau})$  によって, 任意の  $\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \boldsymbol{\tau}$  に対して, 適当な大きさの正数  $c_4, c_5$  が存在し, 以下を満足する.

$$\mathbf{0} < c_4 \mathbf{I} \leq \mathbf{D}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \boldsymbol{\tau})\mathbf{H}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \boldsymbol{\tau}) \leq c_5 \mathbf{I} \quad (5)$$

ただし,  $\mathbf{I}$  は単位行列である.

ここでロボットへの理想的なフィードバック入力  $\boldsymbol{\tau}_d$  を次式で与える.

$$\boldsymbol{\tau}_d = -\mathbf{G}_p \Delta \mathbf{q} - \mathbf{G}_v \Delta \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}_d) \quad (6)$$

ここに,  $\Delta \mathbf{q} = \mathbf{q} - \mathbf{q}_d$  ( $n \times 1$ ),  $\mathbf{G}_p$ : 位置フィードバックゲイン行列 ( $n \times n$ ),  $\mathbf{G}_v$ : 速度フィードバックゲイン行列 ( $n \times n$ ) で, 右辺第 3 項は重力補償項である.

フィードバックゲインについては,

$$\mathbf{G}_p = a\rho \mathbf{I}, \mathbf{G}_v = \rho \mathbf{I} \quad (7)$$

とする. ここに  $a > 0$  はフィードバックゲインの比率を決めるパラメータであり, 以下の議論ではゲインの大きさは  $\rho > 0$  によって調節されるとする. これは, 以下で安定なゲイン調整の条件導出を容易に行うためである.

アクチュエータ系への入力を以下で与える.

$$\begin{aligned} \mathbf{u} = & -\mathbf{H}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \boldsymbol{\tau})\mathbf{K}_p \Delta \boldsymbol{\tau} \\ & + \mathbf{H}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \boldsymbol{\tau})\hat{\mathbf{A}}(\mathbf{q}_d, \dot{\mathbf{q}}_d)\mathbf{g}(\mathbf{q}_d) \end{aligned} \quad (8)$$

ここで,  $\Delta \boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau} - \boldsymbol{\tau}_d$ , 行列  $\mathbf{H}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \boldsymbol{\tau})$  は, 式 (5) の条件を満足する行列を利用する. また  $\hat{\mathbf{A}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$  は,  $\mathbf{A}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$  の推定行列である. ここでは, 任意の  $\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}$  に対して  $\hat{\mathbf{A}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$  は有界とする. 次に, この理想入力  $\boldsymbol{\tau}_d$  を式 (1) に代入して次式を得る.

$$\begin{aligned} & \mathbf{R}(\mathbf{q})\Delta \ddot{\mathbf{q}} + \left[ \mathbf{B}_0 + \frac{1}{2}\dot{\mathbf{R}}(\mathbf{q}) + \mathbf{S}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \right] \Delta \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}_v \Delta \dot{\mathbf{q}} \\ & + \mathbf{G}_p \Delta \mathbf{q} + \mathbf{h}(\Delta \mathbf{q}, \Delta \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{q}_d, \dot{\mathbf{q}}_d, \ddot{\mathbf{q}}_d) = \Delta \boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{\psi}_q \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{h}(\Delta \mathbf{q}, \Delta \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{q}_d, \dot{\mathbf{q}}_d, \ddot{\mathbf{q}}_d) = & \{\mathbf{R}(\mathbf{q}) - \mathbf{R}(\mathbf{q}_d)\}\dot{\mathbf{q}}_d \\ & + \left\{ \frac{1}{2}\dot{\mathbf{R}}(\mathbf{q}) + \mathbf{S}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - \frac{1}{2}\dot{\mathbf{R}}(\mathbf{q}_d) - \mathbf{S}(\mathbf{q}_d, \dot{\mathbf{q}}_d) \right\} \dot{\mathbf{q}}_d \\ & + \mathbf{g}(\mathbf{q}) - \mathbf{g}(\mathbf{q}_d) \end{aligned} \quad (10)$$

ただし,

$$\boldsymbol{\psi}_q = - \left[ \mathbf{R}(\mathbf{q}_d)\ddot{\mathbf{q}}_d + \left\{ \mathbf{B}_0 + \frac{1}{2}\dot{\mathbf{R}}(\mathbf{q}_d) + \mathbf{S}(\mathbf{q}_d, \dot{\mathbf{q}}_d) \right\} \dot{\mathbf{q}}_d \right]$$

であり, 文献 [5] に示されるように,  $\mathbf{h}(\Delta \mathbf{q}, \Delta \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{q}_d, \dot{\mathbf{q}}_d, \ddot{\mathbf{q}}_d)$  は, その構造から適当な正数  $c_6, c_7$  によって以下を満足する.

$$\|\mathbf{h}(\Delta \mathbf{q}, \Delta \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{q}_d, \dot{\mathbf{q}}_d, \ddot{\mathbf{q}}_d)\| \leq c_6 \|\Delta \mathbf{q}\| + c_7 \|\Delta \dot{\mathbf{q}}\| \quad (11)$$

ここで,  $\dot{\mathbf{q}}_d = \ddot{\mathbf{q}}_d = \mathbf{0}$  のとき,  $\boldsymbol{\psi}_q = \mathbf{0}$  となることに注意する.

次に, アクチュエータのダイナミクスについて式 (2), (6), (8) により, 次式になる.

$$\begin{aligned} & \Delta \dot{\boldsymbol{\tau}} + \mathbf{A}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\Delta \boldsymbol{\tau} \\ & = \mathbf{D}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \boldsymbol{\tau})\{-\mathbf{H}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \boldsymbol{\tau})\mathbf{K}_p \Delta \boldsymbol{\tau} \\ & \quad + \mathbf{H}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \boldsymbol{\tau})\hat{\mathbf{A}}(\mathbf{q}_d, \dot{\mathbf{q}}_d)\mathbf{g}(\mathbf{q}_d)\} \\ & \quad - \dot{\boldsymbol{\tau}}_d - \mathbf{A}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\boldsymbol{\tau}_d \end{aligned} \quad (12)$$

上式に式 (6) の  $\boldsymbol{\tau}_d$  を代入する際,  $\Delta \ddot{\mathbf{q}}$  の項が  $\dot{\boldsymbol{\tau}}_d$  に含まれるので, 式 (9) を代入する. 結果として以下となる.

$$\begin{aligned}
& \mathbf{G}_v^{-1} \Delta \dot{\boldsymbol{\tau}} + \{ \mathbf{G}_v^{-1} \mathbf{A}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \\
& + \mathbf{G}_v^{-1} \mathbf{D}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \boldsymbol{\tau}) \mathbf{H}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \boldsymbol{\tau}) \mathbf{K}_p - \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{q}) \} \Delta \boldsymbol{\tau} \\
& + \left[ \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{q}) \left\{ \mathbf{B}_0 + \frac{1}{2} \dot{\mathbf{R}}(\mathbf{q}) + \mathbf{S}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{G}_v \right\} \right. \\
& \left. - \mathbf{G}_v^{-1} \mathbf{G}_p - \mathbf{G}_v^{-1} \mathbf{A}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \mathbf{G}_v \right] \Delta \dot{\mathbf{q}} \\
& + [\mathbf{R}^{-1}(\mathbf{q}) \mathbf{G}_p - \mathbf{G}_v^{-1} \mathbf{A}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \mathbf{G}_p] \Delta \mathbf{q} \\
& + \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{q}) \mathbf{h}(\Delta \mathbf{q}, \Delta \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{q}_d, \dot{\mathbf{q}}_d, \ddot{\mathbf{q}}_d) \\
& + \mathbf{G}_v^{-1} \{ \mathbf{A}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - \mathbf{A}(\mathbf{q}_d, \dot{\mathbf{q}}_d) \} \mathbf{g}(\mathbf{q}_d) = \boldsymbol{\psi}_a \quad (13)
\end{aligned}$$

ただし,

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{\psi}_a &= \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{q}) \boldsymbol{\psi}_q + \mathbf{G}_v^{-1} [-\dot{\mathbf{g}}(\mathbf{q}_d) \\
& + \{ \mathbf{D}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \boldsymbol{\tau}) \mathbf{H}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \boldsymbol{\tau}) \hat{\mathbf{A}}(\mathbf{q}_d, \dot{\mathbf{q}}_d) \\
& - \mathbf{A}(\mathbf{q}_d, \dot{\mathbf{q}}_d) \} \mathbf{g}(\mathbf{q}_d)]
\end{aligned}$$

最後にロボットダイナミクスの式 (9) とアクチュエータダイナミクスの式 (13) において, 次の初期条件を設定する.

$$\begin{aligned}
\Delta \mathbf{q}(0) &= \mathbf{q}(0) - \mathbf{q}_d(0) = \mathbf{0}; \quad \Delta \dot{\mathbf{q}}(0) = \dot{\mathbf{q}}(0) - \dot{\mathbf{q}}_d(0) = \mathbf{0}; \\
\Delta \boldsymbol{\tau}(0) &= \boldsymbol{\tau}(0) - \boldsymbol{\tau}_d(0) = \mathbf{0} \quad (14)
\end{aligned}$$

### 3. 軌道追従制御性能

次にリアプノフ関数,  $V(\Delta \mathbf{x})$  の候補を考える.

$$V(\Delta \mathbf{x}(t)) = \frac{1}{2} \Delta \mathbf{x}^T(t) \mathbf{N} \Delta \mathbf{x}(t) \quad (15)$$

ここに,  $\Delta \mathbf{x} = [\Delta \mathbf{q}^T \quad \Delta \dot{\mathbf{q}}^T \quad \Delta \boldsymbol{\tau}^T]^T$  であり, 行列  $\mathbf{N}$  は以下で表現される.

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_p + \alpha \mathbf{G}_v & \alpha \mathbf{R} & \mathbf{0} \\ \alpha \mathbf{R} & \mathbf{R} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{G}_v^{-1} \end{bmatrix}$$

ここで慣性行列  $\mathbf{R}(\mathbf{q})$  は正定対称行列であり, 任意の  $\mathbf{q}$  に対して, 適当な正数  $c_8, c_9$  が存在し,

$$c_8 \leq \|\mathbf{R}(\mathbf{q})\| \leq c_9 \quad (16)$$

となることはよく知られているので以下の条件を満たせば, 行列  $\mathbf{N}$  は正定対称行列となる.

$$1 - \alpha \epsilon > 0, \quad (17)$$

$$\mathbf{G}_p + \alpha \mathbf{G}_v - \frac{\alpha}{\epsilon} \mathbf{R} > \mathbf{0} \quad (18)$$

ただし,  $\alpha, \epsilon$  は適当な正数とする.

ここで  $V(\Delta \mathbf{x})$  の時間微分を計算すると次式となる.

$$\begin{aligned}
\dot{V}(\Delta \mathbf{x}) &= -\Delta \mathbf{x}^T \mathbf{D} \Delta \mathbf{x} + \Delta \mathbf{x}^T \boldsymbol{\psi} \\
& + \Delta \mathbf{x}^T \mathbf{E} \Delta \mathbf{x} + \Delta \mathbf{x}^T \boldsymbol{\nu} \quad (19)
\end{aligned}$$

ただし,

$$\boldsymbol{\psi} = [\alpha \boldsymbol{\psi}_q^T \quad \boldsymbol{\psi}_q^T \quad \boldsymbol{\psi}_a^T]^T, \quad (20)$$

$$\boldsymbol{\nu} = [\alpha \mathbf{h}^T - \mathbf{h}^T - (\mathbf{R}^{-1}(\mathbf{q}) \mathbf{h})^T]^T \quad (21)$$

行列  $\mathbf{D}$  の各ブロック行列要素  $D_{ij}$  は以下に示される.

$$D_{11} = \alpha \mathbf{G}_p,$$

$$D_{12} = D_{21}^T = \frac{\alpha}{4} (\dot{\mathbf{R}}(\mathbf{q}_d) + 2\mathbf{S}(\mathbf{q}_d, \dot{\mathbf{q}}_d)),$$

$$D_{22} = \mathbf{G}_v + \mathbf{B}_0 - \alpha \mathbf{R},$$

$$D_{13}^T = D_{31} = \frac{1}{2} (\alpha \mathbf{I} - \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{q}) \mathbf{G}_p + \mathbf{G}_v^{-1} \mathbf{A}(\mathbf{q}_d, \dot{\mathbf{q}}_d) \mathbf{G}_p),$$

$$\begin{aligned}
D_{23}^T = D_{32} &= \frac{1}{2} \left( \mathbf{I} - \mathbf{B}_0 - \mathbf{G}_v + \mathbf{G}_v^{-1} \mathbf{G}_p - \frac{1}{2} \dot{\mathbf{R}}(\mathbf{q}_d) \right. \\
& \left. - \mathbf{S}(\mathbf{q}_d, \dot{\mathbf{q}}_d) + \mathbf{G}_v^{-1} \mathbf{A}(\mathbf{q}_d, \dot{\mathbf{q}}_d) \mathbf{G}_v \right),
\end{aligned}$$

$$D_{33} = \mathbf{G}_v^{-1} \mathbf{D}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \boldsymbol{\tau}) \mathbf{H}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \boldsymbol{\tau}) \mathbf{K}_p + \mathbf{G}_v^{-1} \mathbf{A}(\mathbf{q}_d, \dot{\mathbf{q}}_d) - \mathbf{R}^{-1}$$

次に, 行列  $\mathbf{E}$  の各ブロック行列  $E_{ij}$  は以下となる.

$$E_{11} = E_{22} = \mathbf{0},$$

$$\begin{aligned}
E_{12} = E_{21}^T &= \frac{\alpha}{2} \left( \frac{1}{2} (\dot{\mathbf{R}}(\mathbf{q}) - \dot{\mathbf{R}}(\mathbf{q}_d)) \right. \\
& \left. + (\mathbf{S}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - \mathbf{S}(\mathbf{q}_d, \dot{\mathbf{q}}_d)) \right),
\end{aligned}$$

$$E_{13}^T = E_{31} = \frac{1}{2} \mathbf{G}_v^{-1} (\mathbf{A}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - \mathbf{A}(\mathbf{q}_d, \dot{\mathbf{q}}_d)) \mathbf{G}_p,$$

$$\begin{aligned}
E_{23}^T = E_{32} &= -\frac{1}{2} (\dot{\mathbf{R}}(\mathbf{q}) - \dot{\mathbf{R}}(\mathbf{q}_d)) + \mathbf{S}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - \mathbf{S}(\mathbf{q}_d, \dot{\mathbf{q}}_d) \\
& - \mathbf{G}_v^{-1} (\mathbf{A}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - \mathbf{A}(\mathbf{q}_d, \dot{\mathbf{q}}_d)) \mathbf{G}_v,
\end{aligned}$$

$$E_{33} = -\mathbf{G}_v^{-1} (\mathbf{A}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - \mathbf{A}(\mathbf{q}_d, \dot{\mathbf{q}}_d))$$

式 (11) の  $\mathbf{h}(\Delta \mathbf{q}, \Delta \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{q}_d, \dot{\mathbf{q}}_d, \ddot{\mathbf{q}}_d)$  の性質により以下となる.

$$\|\alpha \Delta \mathbf{q}^T \mathbf{h}\| \leq \alpha c_{10} \|\Delta \mathbf{q}\|^2 + \alpha c_{11} \|\Delta \mathbf{q}\| \|\Delta \dot{\mathbf{q}}\| \quad (22)$$

$$\|\Delta \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{h}\| \leq c_{12} \|\Delta \mathbf{q}\| \|\Delta \dot{\mathbf{q}}\| + \alpha c_{13} \|\Delta \dot{\mathbf{q}}\|^2 \quad (23)$$

$$\begin{aligned}
\|\Delta \boldsymbol{\tau}^T \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{q}) \mathbf{h}\| &\leq c_{14} \|\Delta \mathbf{q}\| \|\Delta \boldsymbol{\tau}\| \\
& + c_{15} \|\Delta \dot{\mathbf{q}}\| \|\Delta \boldsymbol{\tau}\| \quad (24)
\end{aligned}$$

ただし,  $c_{10}, c_{11}, c_{12}, c_{13}, c_{14}, c_{15}$  は適当な正数である. そこで, 式 (21) から適当な正数  $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$  によって以下の関係を得る.

$$\begin{aligned}
\|\Delta \mathbf{x}^T \boldsymbol{\nu}\| &\leq \left( \alpha c_9 + \frac{\alpha \epsilon_1 c_{10}}{2} + \frac{\epsilon_2 c_{11}}{2} + \frac{\epsilon_3 c_{13}}{2} \right) \|\Delta \mathbf{q}\|^2 \\
& + \left( c_{12} + \frac{\alpha c_{10}}{2 \epsilon_1} + \frac{c_{11}}{2 \epsilon_2} + \frac{\epsilon_3 c_{14}}{2} \right) \|\Delta \dot{\mathbf{q}}\|^2 \\
& + \frac{c_{14}}{2 \epsilon_3} \|\Delta \boldsymbol{\tau}\|^2 \quad (25)
\end{aligned}$$

よって, 式 (19) から以下の式を得る.

$$\begin{aligned}
\dot{V}(\Delta \mathbf{x}) &\leq -\Delta \mathbf{x}^T \mathbf{M} \Delta \mathbf{x} + \Delta \mathbf{x}^T \boldsymbol{\psi} \\
& + \Delta \mathbf{x}^T \mathbf{E} \Delta \mathbf{x} \quad (26)
\end{aligned}$$

ここで, 行列  $\mathbf{M}$  の各ブロック行列  $M_{ij}$  は以下で与えられる.

$$\begin{aligned} M_{11} &= D_{11} - \left[ \alpha c_9 + \frac{1}{2}(\alpha \epsilon_1 c_{10} + \epsilon_2 c_{11} + \epsilon_3 c_{13}) \right] \mathbf{I}, \\ M_{22} &= D_{22} - \left[ c_{12} + \frac{1}{2} \left( \frac{\alpha c_{10}}{\epsilon_1} + \frac{c_{11}}{\epsilon_2} + \epsilon_3 c_{14} \right) \right] \mathbf{I}, \\ M_{33} &= D_{33} - \frac{c_{14}}{2\epsilon_3} \mathbf{I}, \quad M_{ij} = D_{ij} \quad (i \neq j) \end{aligned}$$

次に、式 (19) の右辺第 3 項の行列  $\mathbf{E}$  は、各ブロック行列がリプシッツ条件を満足することから適当な正数  $\tilde{\eta}_3$  によって次式を得る。

$$\|\mathbf{E}\| \leq \tilde{\eta}_3 \|\Delta \mathbf{x}\| \quad (27)$$

ここで、行列  $\mathbf{E}$  の要素内にフィードバックゲイン  $\mathbf{G}_p$ ,  $\mathbf{G}_v$  を含む。しかし、 $\mathbf{G}_p$  と  $\mathbf{G}_v$  の  $\rho$  を増加させて同様に増加させることによって、 $\tilde{\eta}_3$  は増加しないことに注意されたい。さらに式 (4), (5) と  $\hat{\mathbf{A}}(\mathbf{q}_d, \dot{\mathbf{q}}_d)$  も有界であるので、次式となる。

$$\|\psi\| \leq \tilde{\eta}_1 \quad (28)$$

次に、行列  $\mathbf{M}$  において、行列  $\mathbf{M}$  が正定対称行列となるように  $\mathbf{G}_p$ ,  $\mathbf{G}_v$  は十分に大きく設定する。ここで  $\mathbf{G}_v = \rho \mathbf{I}$ ,  $\mathbf{K}_p = \omega \rho^2 \mathbf{I}$  ( $\omega > 0$ ) とすると

$$\begin{aligned} D_{33} &= \omega \rho \mathbf{D}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \boldsymbol{\tau}) \mathbf{H}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \boldsymbol{\tau}) \\ &\quad - \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{q}) + \frac{1}{\rho} \mathbf{A}(\mathbf{q}_d, \dot{\mathbf{q}}_d) \end{aligned} \quad (29)$$

となる。さらに、十分大きな正数  $\rho$  を設定すれば条件式 (18) より  $D_{33} > 0$  となり、適切な大きさの  $\omega$  を設定することで行列  $\mathbf{M}$  は正定対称行列となる。

式 (27)~(29) により以下となる。

$$\dot{V}(\Delta \mathbf{x}) \leq \tilde{\eta}_3 \|\Delta \mathbf{x}(t)\|^3 - \tilde{\eta}_2 \|\Delta \mathbf{x}(t)\|^2 + \tilde{\eta}_1 \|\Delta \mathbf{x}(t)\| \quad (30)$$

ここに、

$$\tilde{\eta}_2 = \lambda_{\min} \mathbf{M} > 0 \quad (31)$$

ただし、 $\lambda_{\min} \mathbf{Q}$  は行列  $\mathbf{Q}$  の最小固有値を表す。

ここで式 (30) の右辺について考える。係数  $\tilde{\eta}_1$ ,  $\tilde{\eta}_3$  はフィードバックゲインの大きさ  $\rho$  の増大に伴って、大きくならない。一方、 $\tilde{\eta}_2$  は  $\rho$  が大きくなるに従って大きな値として設定できる。より詳しく調べるために、以下を考える。

パラメータ  $a$ ,  $\alpha$ ,  $\omega$  を適切に設定すれば容易に次の関係が成立する。

$$a\alpha \mathbf{I} - \frac{a\epsilon_1}{2} \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{q}) > \frac{1}{2} \mathbf{I}, \quad (32)$$

$$\omega \mathbf{D}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \boldsymbol{\tau}) \mathbf{H}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \boldsymbol{\tau}) - \frac{a}{2\epsilon_1} \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{q}) - \frac{1}{2\epsilon_2} \mathbf{I} > \frac{1}{2} \mathbf{I} \quad (33)$$

ただし、 $2 > \epsilon_2 > 0$ 。

よって、十分大きな  $\rho$  によって以下の関係が成立することに注意する。

$$\mathbf{M} > \mathbf{M}_0 > \mathbf{0} \quad (34)$$

ここで  $\mathbf{M}_0 = \frac{\rho}{2} \mathbf{I}$  ( $3n \times 3n$ ) である。したがって式 (30) に代わって次式を得る。

$$\dot{V}(\Delta \mathbf{x}) \leq \eta_3 \|\Delta \mathbf{x}(t)\|^3 - \eta_2 \|\Delta \mathbf{x}(t)\|^2 + \eta_1 \|\Delta \mathbf{x}(t)\| \quad (35)$$

ここに  $\eta_1 = \tilde{\eta}_1$ ,  $\eta_2 = \lambda_{\min} \mathbf{M}_0 = \rho$ ,  $\eta_3 = \tilde{\eta}_3$  である。

ここで、式 (35) の右辺が負の部分を持つためには、

$$\eta_2^2 - 4\eta_1\eta_3 = \frac{\rho^2}{4} - 4\eta_1\eta_3 > 0 \quad (36)$$

を満足する必要がある。これは適切に大きなフィードバックゲインの大きさ  $\rho$  によって実現できる。したがって、以下の  $r_1$ ,  $r_2$  を根とする 3 次曲線を描く。

$$r_1 = \frac{\rho - \sqrt{\rho^2 - 16\eta_1\eta_3}}{4\eta_3}, \quad r_2 = \frac{\rho + \sqrt{\rho^2 - 16\eta_1\eta_3}}{4\eta_3} \quad (37)$$

以下の基本的な考え方は文献 [7] と同様となる。

$\|\Delta \mathbf{x}(t)\| > r_1$  の場合について議論すればよい。時刻  $t = t_0$  で

$$\|\Delta \mathbf{x}(t_0)\| = r_1 \quad (38)$$

となるとする。次に、 $\delta$  を正の定数として時刻  $t = t_1$  で

$$t = t_1 = t_0 + \delta > t_0 \quad (39)$$

とする。このとき  $\|\Delta \mathbf{x}(t_1)\| > r_1$  になったとする。このとき、次の関係が成立する。

$$\begin{aligned} \lambda_{\min} \mathbf{N} \|\Delta \mathbf{x}(t_1)\|^2 &\leq V(\Delta \mathbf{x}(t_1)) < V(\Delta \mathbf{x}(t_0)) \\ &\leq \lambda_{\max} \mathbf{N} \|\Delta \mathbf{x}(t_0)\|^2 = \lambda_{\max} \mathbf{N} r_1^2 \end{aligned} \quad (40)$$

ただし  $\lambda_{\max} \mathbf{N}$  : 行列  $\mathbf{N}$  の最大固有値とする。

したがって、次式を得る。

$$\|\Delta \mathbf{x}(t_1)\| \leq \sqrt{\frac{\lambda_{\max} \mathbf{N}}{\lambda_{\min} \mathbf{N}}} r_1 \quad (41)$$

時刻  $t = t_0$  で  $\|\Delta \mathbf{x}(t_0)\| = r_1$  の大きさを持っていた場合、 $t_1 > t_0$  時刻でも式 (41) の範囲にとどまることが分かる。

以下で、式 (15) の行列  $\mathbf{N}$  の各ブロック行列の大きさを論じる。まず、次の関係に注意する。

$$\mathbf{N}_1 \leq \mathbf{N} \leq \mathbf{N}_2 \quad (42)$$

ここで

$$\mathbf{N}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_p + \alpha \mathbf{G}_v \mp \frac{\alpha}{\epsilon} \mathbf{R} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & (1 \mp \alpha \epsilon) \mathbf{R} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{G}_v^{-1} \end{bmatrix}$$

ただし、 $i = 1, 2$  ( $\mp$  同順)。したがって、

$$\lambda_{\min} \mathbf{N} \geq \lambda_{\min} \mathbf{N}_1, \quad \lambda_{\max} \mathbf{N}_2 \geq \lambda_{\max} \mathbf{N} \quad (43)$$

となる。よって、式 (41) に代わって次式を得る。

**Table 1** 8 combinations with the eigen values of  $N_i$  ( $i = 1, 2$ )

Cases	$\lambda_{\min} N_1$	$\lambda_{\max} N_2$
Case1	$\lambda_{\min} G_v^{-1}$	$\lambda_{\max}(G_p + \alpha G_v + \frac{\alpha}{\epsilon} R)$
Case2	$\lambda_{\min} G_v^{-1}$	$\lambda_{\max}(1 + \alpha\epsilon) R$
Case3	$\lambda_{\min}(1 - \alpha\epsilon) R$	$\lambda_{\max}(G_p + \alpha G_v + \frac{\alpha}{\epsilon} R)$
Case4	$\lambda_{\min}(1 - \alpha\epsilon) R$	$\lambda_{\max}(1 + \alpha\epsilon) R$
Case5	$\lambda_{\min}(1 - \alpha\epsilon) R$	$\lambda_{\max} G_v^{-1}$
Case6	$\lambda_{\min}(G_p + \alpha G_v - \frac{\alpha}{\epsilon} R)$	$\lambda_{\max}(G_p + \alpha G_v + \frac{\alpha}{\epsilon} R)$
Case7	$\lambda_{\min}(G_p + \alpha G_v - \frac{\alpha}{\epsilon} R)$	$\lambda_{\max}(1 + \alpha\epsilon) R$
Case8	$\lambda_{\min}(G_p + \alpha G_v - \frac{\alpha}{\epsilon} R)$	$\lambda_{\max} G_v^{-1}$

$$\|\Delta \mathbf{x}(t_1)\| \leq \sqrt{\frac{\lambda_{\max} N_2}{\lambda_{\min} N_1}} r_1 \leq \sqrt{\frac{\lambda_{\max} N_2}{\lambda_{\min} N_1}} r_1 \quad (44)$$

そこで  $\lambda_{\min} N_1$ ,  $\lambda_{\max} N_2$  を考えると **Table 1** に示すように八つの場合が存在する。

例えば, [Case2] のときは,

$$\sqrt{\frac{\lambda_{\max} N_2}{\lambda_{\min} N_1}} r_1 = \frac{4\eta_1 \sqrt{\lambda_{\max}(1 + \alpha\epsilon) R(q)}}{\sqrt{\rho} + \sqrt{\rho - 16\eta_1 \eta_3 / \rho}} \quad (45)$$

となり, 分母が  $\sqrt{\rho}$  オーダに対しては, 分子は  $\rho$  のゼロ次オーダとなり,  $\rho$  の増加とともに  $\|\Delta \mathbf{x}(t)\|$  の上限値は小さくなる. 他の [Case3] から [Case8] も同様に計算でき, 分母の  $\rho$  のオーダが異なるものの,  $\rho$  の増加に従って,  $\|\Delta \mathbf{x}(t)\|$  の上限値を小さくすることができる. 一方 [Case1] では,

$$\sqrt{\frac{\lambda_{\max} N_2}{\lambda_{\min} N_1}} r_1 = \frac{4\eta_1 \beta}{1 + \sqrt{1 - 16\eta_1 \eta_3 / \rho^2}}, \quad \beta = \sqrt{\lambda_{\max} \left\{ (a + \alpha) \mathbf{I} + \frac{\alpha}{\epsilon \rho} \mathbf{R} \right\}} \quad (46)$$

となり,  $\rho$  の増加に従って,  $\|\Delta \mathbf{x}(t)\|$  の上限値を小さくすることができない. それゆえに, 文献 [7] と同様な考え方では, フィードバックゲインの増加によって, 軌道追従精度の改善は達成できない. これはアクチュエータダイナミクスを考慮してリアプノフ関数に  $G_v^{-1}$  を含めたためである. それゆえに, 何らかの別の方法で, 軌道追従精度の向上を保証する必要がある.

そこで式 (46) より適当な正数  $\theta$  によって以下の関係に注意する.

$$\|\Delta \mathbf{x}\| \leq \sqrt{\frac{\lambda_{\max} N_2}{\lambda_{\min} N_1}} r_1 \leq 2\eta_1 \beta \leq \theta \quad (47)$$

この関数を用いて, 式 (26) を書き換える.

$$\begin{aligned} & \dot{V}(\Delta \mathbf{x}(t)) \\ & \leq -\Delta \mathbf{x}^T(t) (\mathbf{M} - \theta \tilde{\eta}_3 \mathbf{I}) \Delta \mathbf{x}(t) + \Delta \mathbf{x}^T(t) \boldsymbol{\psi} \end{aligned} \quad (48)$$

両辺を積分して,

$$\begin{aligned} & \int_0^t \Delta \mathbf{x}^T(\tau) \boldsymbol{\psi}(\tau) d\tau \geq V(\Delta \mathbf{x}(t)) \\ & + \int_0^t \Delta \mathbf{x}^T(\tau) (\mathbf{M} - \theta \tilde{\eta}_3 \mathbf{I}) \Delta \mathbf{x}(\tau) d\tau \end{aligned} \quad (49)$$

となる. さらに

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2\zeta} \int_0^t \Delta \mathbf{x}^T(\tau) \Delta \mathbf{x}(\tau) d\tau + \frac{\zeta}{2} \int_0^t \boldsymbol{\psi}(\tau)^T \boldsymbol{\psi}(\tau) d\tau \\ & \geq \int_0^t \Delta \mathbf{x}^T(\tau) \boldsymbol{\psi}(\tau) d\tau \end{aligned} \quad (50)$$

を利用すれば, 次式を得る.

$$\begin{aligned} & \frac{\zeta}{2} \int_0^t \boldsymbol{\psi}(\tau)^T \boldsymbol{\psi}(\tau) d\tau \geq V(\Delta \mathbf{x}(t)) \\ & + \int_0^t \Delta \mathbf{x}^T(\tau) \left( \mathbf{M} - \theta \tilde{\eta}_3 \mathbf{I} - \frac{\mathbf{I}}{2\zeta} \right) \Delta \mathbf{x}(\tau) d\tau \end{aligned} \quad (51)$$

さらに, 式 (34) と  $V(\Delta \mathbf{x}(t)) \geq 0$  によって

$$\begin{aligned} & \frac{\zeta}{2} \int_0^t \boldsymbol{\psi}(\tau)^T \boldsymbol{\psi}(\tau) d\tau \geq V(\Delta \mathbf{x}(t)) \\ & + \int_0^t \Delta \mathbf{x}^T(\tau) \left( \mathbf{M} - \theta \tilde{\eta}_3 \mathbf{I} - \frac{\mathbf{I}}{2\zeta} \right) \Delta \mathbf{x}(\tau) d\tau \\ & \geq \frac{1}{2} \int_0^t \Delta \mathbf{x}^T(\tau) \Delta \mathbf{x}(\tau) d\tau \\ & + \int_0^t \Delta \mathbf{x}^T(\tau) \left( \mathbf{M}_0 - \frac{1}{2} \mathbf{I} - \theta \tilde{\eta}_3 \mathbf{I} - \frac{\mathbf{I}}{2\zeta} \right) \Delta \mathbf{x}(\tau) d\tau \end{aligned} \quad (52)$$

ここで,  $\mathbf{M}_0$  の固有値は  $\rho$  であるので,

$$\frac{\rho}{2} > \frac{1}{2\zeta} + \frac{1}{2} + \theta \tilde{\eta}_3 \quad (53)$$

となれば, 式 (52) の右辺第2項は正となる. よって

$$\zeta \int_0^t \boldsymbol{\psi}(\tau)^T \boldsymbol{\psi}(\tau) d\tau \geq \int_0^t \Delta \mathbf{x}(\tau)^T \Delta \mathbf{x}(\tau) d\tau \quad (54)$$

式 (53) より  $\rho$  の増加とともに  $\zeta$  は小さく設定でき,  $\boldsymbol{\psi}(t)$  が有界であることを思い出せば, 式 (54) の  $L^2$  ノルムの意味で軌道追従がゲインの増加によって実現できることが示せる.

最後に,  $\|\Delta \mathbf{x}(t)\|$  の上限値が,  $r_2$  を超えないかを調べておく必要がある.

$\eta_2 = \frac{\rho}{2}$  とすると,

$$r_2 = \frac{\frac{\rho}{2} + \sqrt{(\frac{\rho}{2})^2 - 4\eta_1 \eta_3}}{2\eta_3} \quad (55)$$

となるので, いずれの場合も  $\rho$  を十分な大きさに設定することによって, 各上限の値を  $r_2$  以下とできる.

#### 4. 漸近安定性

前章までで,  $0 \leq t \leq T_f$  において, 目標軌道  $\mathbf{q}_d(t)$  に, フィードバックゲインを増大させることで任意の精度で追従可能であることが示された.

次に,  $t \geq T_f$  で, 運動が一定値  $\mathbf{q}_d(T_f)$  に収束するかについて検討する.

$\dot{\mathbf{q}}_d = \ddot{\mathbf{q}}_d = \mathbf{0}$  の場合  $\boldsymbol{\psi}_q = \mathbf{0}$  となる. 仮に,  $\boldsymbol{\psi}_a = \mathbf{0}$  とする. 重力項がもともと存在しない場合や,  $\mathbf{H}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \boldsymbol{\tau}) =$

$D^{-1}(q, \dot{q}, \tau)$  かつ  $\hat{A}(q_d, \dot{q}_d) = A(q_d, \dot{q}_d)$  の場合がこれにあたる。その際、式 (35) は

$$\dot{V}(\Delta x) \leq -(\eta_2 - \eta_3 \|\Delta x(t)\|) \|\Delta x(t)\|^2 \quad (56)$$

となる。  $t = T_f$  で安定な領域にあり、  $\|\Delta x(t)\|$  が有界であることから  $\eta_2 = \frac{\rho}{2} > \eta_3 \|\Delta x(t)\|$  と  $\rho$  を限定できる。よって、漸近安定性が保証できる。

### 5. 空気圧システムの場合

ここでは、空気圧シリンダシステムを対象に本論文で提案した階層型フィードバックを用いて軌道追従制御のシミュレーションを行う。その際、制御入力を有効断面積とし、今回はバルブ、配管などによる遅れは対象モデルとして考慮しないで、おもに空気非線形圧縮性を考察する。

#### 5.1 機械システムのダイナミクス

Fig. 1 で、ばねの自然長での位置を  $q_r$  とした場合 ( $q = 0$ )、機械システムの運動方程式を以下に書く。

$$(M_L + M_P)\ddot{q} + b\dot{q} + Kq = \tau \quad (57)$$

ただし、  $\tau = SP$ 、  $S$ : シリンダ断面積、  $P$ : 圧力、  $q(t)$ : ピストンの変位、  $M_L$ : 負荷の質量、  $M_P$ : ピストンロッドの質量、  $b$ : 粘性係数、  $K$ : ばね係数。また、以下ではピストンの目標軌道を  $q_d(t)$  とする。

#### 5.2 空気のダイナミクス

アクチュエータ系のダイナミクスとなる空気圧の圧縮性は、次式で与えられる [1]。

$$\dot{\tau} + \kappa \frac{\dot{q}}{q} \tau = RT \frac{f}{q} u \quad (58)$$

ただし、  $u$ : バルブの有効断面積、  $\kappa$ : 比熱比、  $R$ : 気体定数、  $T$ : 絶対温度、  $f$ : バルブの非線形係数であり、バルブの有効断面積を入力と見なすと非線形の一次遅れ系となる。ここで  $f$  の詳細は、

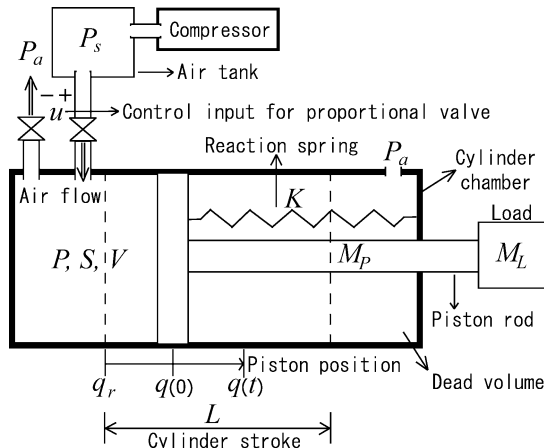


Fig. 1 Single-acting pneumatic cylinder system

$$f = \begin{cases} c_{f1} & \text{if } \frac{P_{dn}}{P_{up}} \leq P_{cr} \text{ or,} \\ c_{f2} \left( \frac{P_{dn}}{P_{up}} \right)^{1/\kappa} \sqrt{1 - \left( \frac{P_{dn}}{P_{up}} \right)^{(\kappa-1)/\kappa}} & \text{if } \frac{P_{dn}}{P_{up}} > P_{cr} \end{cases} \quad (59)$$

ただし  $P_{up}$  は上流側圧力、  $P_{dn}$  は下流側圧力を表し、

$$c_{f1} = \sqrt{\frac{\kappa}{R} \left( \frac{2}{\kappa+1} \right)^{(\kappa+1)/(\kappa-1)}}; \quad c_{f2} = \sqrt{\frac{2\kappa}{R(\kappa-1)}}; \quad P_{cr} = \left( \frac{2}{\kappa+1} \right)^{\kappa/(\kappa-1)} \quad (60)$$

である。一方、

$$V = Sq \geq \epsilon > 0 \quad (61)$$

と仮定する。ただし、  $\epsilon$  は適当な正数とする。ここで、

$$A(q, \dot{q}) = \kappa \frac{\dot{q}}{q}, \quad D(q, \dot{q}, \tau) = RT \frac{f}{q} \quad (62)$$

とおくことができ、

$$A(q, \dot{q}) - A(q_d, \dot{q}_d) = \kappa \left\{ \frac{1}{q} (\dot{q} - \dot{q}_d) + \frac{\dot{q}_d}{qq_d} (q_d - q) \right\} \quad (63)$$

と書ける。この場合、式 (61) より  $q \geq \frac{\epsilon}{S} > 0$  となるので、

$$\|A(q, \dot{q}) - A(q_d, \dot{q}_d)\| = \xi_1 \|\dot{q} - \dot{q}_d\| + \xi_2 \|q - q_d\| \quad (64)$$

となり、[条件1]のリプシッツ条件を満足する。次に、仮定の式 (61) と  $q_d(t)$  を適切に与えることによって [条件2]の有界性も満足される。結局バルブの有効断面積を入力とする空気圧ダイナミクスは、本論文で想定する非線形ダイナミクスモデルとして表現することができる。  $D(q, \dot{q}, \tau)$  については、  $f > 0$  で  $f$  は上流・下流側の圧力の関数となるが構造は既知であり、有界でもある。したがって、[条件3]を満たす  $H(q, \dot{q}, \tau)$  を容易に設計できる。以下では、  $H(q, \dot{q}, \tau) = 1$  とする。

#### 5.3 制御則

まず、以下に仮想的な目標圧力を位置および速度偏差を用いて構成する。

$$\tau_d = SP_d = -G_p \Delta q - G_v \Delta \dot{q} + K q_d(t) \quad (65)$$

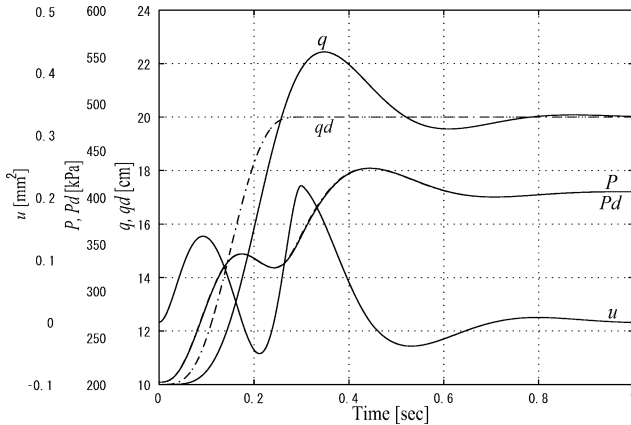
ここで、  $\Delta q(t) = q(t) - q_d(t)$  である。次に、制御入力を上記の仮想目標圧力と圧力測定値を用いて生成する。

$$u = K_p (\tau_d - \tau) = K_p S (P_d - P) \quad (66)$$

ただし、式 (66) において、運動終了時 ( $\dot{q} = 0$ ) は  $A(q_d, \dot{q}_d) = 0$  になるため、式 (13) の  $\psi_a$  の  $\hat{A}(q_d, \dot{q}_d)$  項はいらない。

**Table 2** Physical parameters of the cylinder model

Mass ( $M_L + M_P$ )	$M = 15$ [kg]
Cylinder cross sectional area	$S = 12.56$ [cm <sup>2</sup> ]
Temperature	$T = 293$ [K]
Viscous friction coefficient	$B = 0.033$ [kgf s/cm]
Spring constant	$K = 2.54$ [N/cm]
Stroke	$L = 30$ [cm]
Initial position	$q(0) = 10$ [cm]
Initial gauge pressure	$P_0 = 202.6$ [kPa]
Supply gauge pressure	$P_s = 607.8$ [kPa]
Atmospheric gauge pressure	$P_a = 0$ [kPa]
Control input saturation	$ u_{max}  = 2.5$ [mm <sup>2</sup> ]

**Fig. 2** Trajectory tracking result of  $K_p = 150$ ,  $G_p = 150$ ,  $G_v = 150$  by cascaded feedback control with input limitation

#### 5.4 シミュレーション

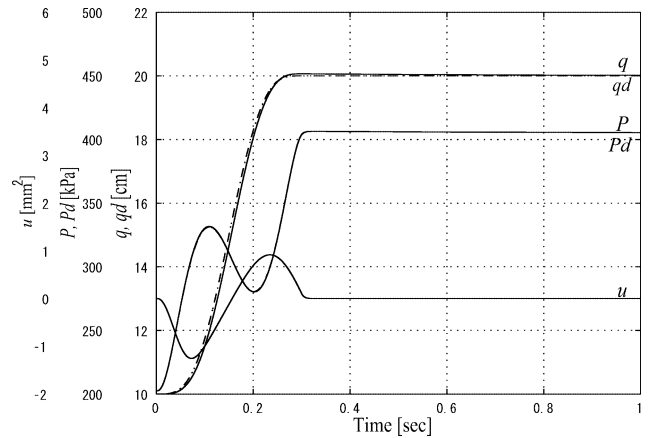
Fig. 1 のシステムにおいて、本稿で提案する制御則 (式 (65), (66)) を用いて、以下の目標軌道、

$$q_d(t) = -9144.9 t^7 + 9602.2 t^6 - 3456.8 t^5 + 432.1 t^4 + 0.1 \text{ [m]} \quad (67)$$

にての軌道追従制御シミュレーション結果を以下に示す。ここでは、滑らかな入力生成のため、目標軌道を  $C^3$  級にしている。ただし、ゲインの単位は  $G_p$  [kN/m],  $G_v$  [kN s/m],  $K_p$  [mm<sup>2</sup>/MN] である。シミュレーションのパラメータは **Table 2** である。また、式 (60) において比熱比  $\kappa = 1.4$ , 理想気体定数  $R = 0.2872$  にしている。式 (58) で表現される空気ダイナミクスは、式 (61) の仮定をおけば、本論文で取り扱う理論が適用できる。ただし、実際に利用されるシステムでは、入力量が制限される場合やバルブのダイナミクスが無視できない場合もある。そこで、本論文では入力量に制限がある場合、すなわちバルブの開口面積に実際の制限がある場合を想定に、**Table 2** に示されるパラメータ値でシミュレーションを行った。シミュレーションに用いたパラメータ値と目標軌道は高慣性、高速であるので、一般的に制御が難しい対象として設定している。

#### 5.5 シミュレーション結果

まず入力量に制限がない場合、ゲインの上昇に伴って軌道追従制御性能が上げられることが確認できた。また、式 (29) を計算した結果では、式 (29) を正にしている、不安定に陥ることな

**Fig. 3** Trajectory tracking result of  $K_p = 2300$ ,  $G_p = 2300$ ,  $G_v = 2300$  by cascaded feedback control with input limitation

く軌道追従性能が改善できていることを確認した。ゲインの初期設定においては、ダイナミクスパラメータ値が概略知られていれば、ゲインチューニングとして、まず一段目の機械ダイナミクスの  $G_p$ ,  $G_v$  を 2 次遅れ系として設計できる。次に、二段目のゲイン  $K_p$  を式 (29) が最低限、正になるように設定した。次に入力量に制限ありの場合において、ゲインの上昇とともに軌道追従性能が改善できる傾向が確認できた (**Fig. 2**, **Fig. 3**)。また、一般的な PD 制御則、

$$u = -G_p \Delta q - G_v \Delta \dot{q} + K_q \dot{q}(t) \quad (68)$$

として、ゲインチューニングを試みたが、Fig. 3 に見られる立ち上がりの精度を得るところまでゲインを上げるとシステムが不安定となり適切なゲインが得られなかった。

## 6. おわりに

ロボット運動制御において、アクチュエータ系ダイナミクスが無視できない場合の軌道追従制御と目標位置制御に対して、階層的のフィードバック制御の有効性を示した。重力補償については軌道追従の目的のみであれば必ずしも正確なパラメータ値を用いる必要はない。一方、位置制御では、 $t \geq T_f$  において  $\psi = \mathbf{0}$  とした。実際では、 $\mathbf{A}(q, \dot{q})$ ,  $\mathbf{D}(q, \dot{q}, \tau)$  の各要素の推定が正確である保証はない。これらの場合は PID 制御などを利用すべきで、別の機会に報告する。アクチュエータ系へのフィードバックゲイン  $\mathbf{K}_p$  は  $\rho^2$  オーダとなり、 $\mathbf{G}_p$ ,  $\mathbf{G}_v$  の  $\rho$  オーダに比べて、極端に大きな値を設定することを要求する場合は起こり得る。実際に設定すべき値と理想的に保証すべき値の差が大きく存在するかなどの検討は今後の課題としたい。

## 参考文献

- [1] S. Kawamura, K. Miyata, H. Hanafusa and K. Ishida: "A Hierarchical Feedback Control Scheme for Pneumatic Drive Systems," SICE, vol.26, no.2, pp.204-210, 1990.
- [2] M. Moallem and J. Lu: "Application of Shape Memory Alloy Actuators for Flexure Control," IEEE/ASME Transaction on Mechatronics, vol.10, no.5, pp.495-501, 2005.
- [3] T.I. Fossen: Guidance and Control of Ocean Vehicles. JOHN

WILEY & SONS, 2005.

- [4] R. Ortega, A. Loria, P.J. Nicklasson and H. Sira-Ramirez: Passivity-based Control of Euler-Lagrange Systems. Springer, 1998.
- [5] S. Arimoto: Control Theory of Non-linear Mechanical Systems. OXFORD Univ. Press, 1996.
- [6] S. Kawamura, F. Miyazaki and S. Arimoto: "Is a local PD

feedback control law effective for trajectory tracking of robot motion," Proc. of IEEE Conf. on Robotics and Automation, pp.1335-1340, 1988.

- [7] D.M. Dawson, Z. Qu, F.L. Lewis and J.F. Dorsey: "Robust control for the tracking of robot motion," INT. J. CONTROL, vol.52, no.3, pp.581-895, 1990.



全 珍雨 (Jinwoo Jun)

1973年3月9日生。1999年韓国のハンヤング大学機械工学科卒業。同年同国の工場自動化関連会社で技術営業職として2年間勤務。2004年立命館大学大学院理工学研究科情報システム学専攻修士課程修了。現在同大学大学院理工学研究科総合理工学専攻博士後期課程在学中。(日本ロボット学会学生会員)



金岡克弥 (Katsuya Kanaoka)

1971年7月31日生。2002年京都大学大学院工学研究科博士後期課程指導認定退学。2003年立命館大学理工学部ロボティクス学科講師。現在に至る。水中ロボット, パワー増幅ロボットの研究に従事。博士(工学)。システム制御情報学会, 日本機械学会の会員。(日本ロボット学会正会員)



川村貞夫 (Sadao Kawamura)

1956年7月10日生。1981年大阪大学基礎工学部生物工学科卒業。1986年同大学大学院博士課程修了。工学博士。同年大阪大学基礎工学部助手。1987年立命館大学理工学部機械工学科助教授。1995年同大学教授。学習制御, ロボットの運動制御, 空気圧駆動システム, ワイヤ駆動システム, 人間運動特性の計測・解析などの研究に従事。IEEE, システム制御情報学会, 日本機械学会, 計測自動学会などの会員。(日本ロボット学会正会員)



櫛 弘明 (Hiroaki Ichii)

1966年7月4日生。1991年立命館大学理工学部情報工学科卒業。1993年同大学大学院理工学研究科情報工学専攻修了。同年財団法人京都高度技術研究所研究員。1997年国立奈良高等専門学校助手。現在同学校助教授。学習制御などの研究に従事。計測自動制御学会の会員。(日本ロボット学会正会員)